سلسلة تمارين حول المعاينة

تمريـــن 1:

إذا كان لدينا مجتمع يتكون من المفردات التالية: 2, 1, 3

المطلـــوب:

1. إيجاد متوسط وتباين المجتمع.
2. تحديد عدد العينات العشـــوائية البســـيطة من الحجم 2 التي يمكن ســـحبها من هذا المجتمع في كل من الحالات التالية:

- إذا كان السحب بإرجاع. - إذا كان السحب بدون إرجاع.

3. أوجد توزيع المعاينة للوسط الحسابي في الحالات التالية:

- إذا كان السحب بإرجاع. - إذا كان السحب بدون إرجاع.

4. أوجد متوســـط وتباين الوســـط الحســـابي للعينة باســـتخدام توزيع المعاينة في الحالات السابق تحديدها في السؤال الثالث مع التحقق من الإجابة المتحصل عليها.

تمريـــن 2:

إذا كان العدد الكلي للمصانع في مدينة ما 5 مصانع والبيانات التالية تمثل عدد العاملين في هذه المصانع.

$X_5 = 64$ ، $X_4 = 56$ ، $X_3 = 48$ ، $X_2 = 42$ ، $X_1 = 40$

المطلـوب:

- أوجد توزيع المجتمع، ثم احسب الوسط الحسابي للمجتمع μ وتباين المجتمع δ^2
- أوجد كل العينات $n = 2$ الممكن سحبها في حالة السحب مع الارجاع.
- أوجد توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة، ثم احسب وسطه الحسابي، وتباينه.

تمريـــن 3:

نفس التمرين السابق مع طريقة السحب مع عدم الإرجاع

تمريـــن 4:

في دراسة لأرصدة عملاء بنك ما تبين أنها تتبع التوزيع الطبيعي بـ $\mu = 13600DA$ و $\sigma = 600DA$ إذا قمنا بسحب 60 عينة حجم كل منها 9 حسابات من مجموع الحسابات المفتوحة وعددها. 6000

- أحسـب $\mu_{\bar{X}}$ و $\sigma_{\bar{X}}$ في الحالتين : إذا كان السـحب بإرجاع وإذا كان السـحب بدون إرجاع ؟
- ما هي نسـبة وعدد العينات التي يكون فيها $\bar{X}$ محصـورا بين 13600 و 13800؟ أقل من 13800 ؟

تمريـــن 5:

إذا كان لدينا متغير عشـــوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بمتوســـط $\mu_X = 80$ وتباين $\sigma_X^2 = 49$ ، أوجد توزيع المعاينة لمتوســط العينة من الحجم 25 مســحوبة من المجتمع من الحجم 1000، ثم أوجد $P(\bar{X} \geq 78)$.

تمريـــن 6:

إذا كان عدد عاملي مصنع ما 1500 وعلمت أن أعمارهم تتوزع توزيعا طبيعيا بمتوسط قدره 45 سنة، وانحراف معياري قدره 7 سنوات، فإذا سحبنا مع عدم الإرجاع من هذا المجتمع عينة بها 16 عاملا فما احتمال أن يكون متوسط العمر لهذه العينة أكبر من 48 سنة ؟

تمريـــن 7:

إذا علمت أن درجات 420 طالبا في امتحان في مادة الإحصاء تتوزع توزيعا طبيعيا بمتوسط قدره 68 وتباين قدره 25، فإذا سحبنا من هؤلاء الطلبة مع عدم الإرجاع عينة عشوائية تشمل 100 طالب، فما احتمال أن يتراوح الوسط الحسابي لهذه العينة بين 67 و69 درجة ؟

تمريـــن 8:

أنتج مصنع للتونة 5000 علبة في الشهر وكان متوسط وزن العلبة 223 غراما بانحراف معياري 2.25 غرام، فإذا سحبنا من هذا الانتاج عينة عشوائية تحتوي عل 100 علبة مع عدم الارجاع، فما احتمال أن يكون الوسط الحسابي لأوزان العينة أقل من 222.5 غرام؟

تمريـــن 9:

إذا كان درجات طلبة الجامعة لمقياس الذكاء تتبع توزيع طبيعي بمتوســـط $\mu = 100$ وانحراف معياري $\sigma = 75$، تم اختيار25 طالباً عشـــوائيا وبدون إرجاع من بين طلبة الجامعة، أوجد التالي:

1. إذا كان عدد الطلبة المســـجلين في الجامعة 60000 طالب، ما هوعدد الطلبة الذين تزيد درجة مقياس ذكائهم عن 130.
2. عدد الطلبة في العينة المتوقع أن تزيد درجة مقياس ذكائهم عن 130.
3. احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة أكبر من.125
4. احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة أصغر من 80
5. احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة محصورا بين 70 و130
6. سوف يتم إعداد برنامج خاص للطلبة الذين يشكلون نسبة الخمسة في المائة الأولى لمقياس الذكاء، ما هي درجة مقياس الذكاء المقابلة لهذه النسبة؟

الحـــــــــــــــل

تمريـــن 1:

1. لإيجاد متوسط وتباين المجتمع:

نوجد أولاً مجموع قيم المفردات ومجموع مربعات المفردات (البيانات في صـــورة جدول كما يلي):

i	X_i	X_i^2
1	2	4

2	1	1
3	3	9
المجموع	$\sum X_i = 6$	$\sum X_i^2 = 14$

من هذه البيانات نحسب الوسط الحسابي للمجتمع كما يلي: $\mu = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{6}{3} = 2$

بينما تباين المجتمع يحسب كما يلي: $\sigma^2 = \frac{1}{N}\left(\sum X_i^2 - N\overline{X}^2\right) = \frac{1}{3}\left(14 - \frac{6^2}{3}\right) = \frac{2}{3}$

2. عدد العينات الممكنة: سنرمز لعدد العينات الممكنة بالرمز M :

- إذا كان السحب بإرجاع: $M = N^n = 3^2 = 9$
- إذا كان السحب بدون إرجاع: $M = C_N^n = \frac{N!}{n!(N-n)!} = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{6}{2} = 3$

3. توزيع المعاينة للوسط الحسابي:

- في حالة السـحب بدون إرجاع: نوجد أولاً جميع العينات الممكنة في هذه الحالة، ثم نحسب الوسط الحسابي لكل عينة كما يلي: حيث أن عدد العينات الممكن سحبها هي:

2.5	2	1.5	$\overline{x}$
(2.3)	(1.3)	(1.2)	العينة

توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة $\overline{X}$ هو:

$\overline{x}$	1.5	2	2.5
$f(\overline{x})$	1/3	1/3	1/3

- في حالة السـحب بإرجاع: نوجد أولاً جميع العينات الممكنة، ثم نحسـب الوسـط الحسابي لكل عينة:

$\overline{X}$	العينة	$\overline{X}$	العينة
1	(1.1)	2.5	(2.3)
1.5	(1.2)	2	(3.1)
2	(1.3)	2.5	(3.2)
1.5	(2.1)	3	(3.3)
2	(2.2)		

توزيع المعاينة في هذه الحالة هو:

$\bar{x}$	1	1.5	2	2.5	3
$f(\bar{x})$	1/9	2/9	3/9	2/9	1/9

4. متوسط وتباين الوسط الحسابي للعينة:

- في حالة السحب بدون إرجاع:

$\bar{x}$	$f(\bar{x})$	$\bar{x}.f(\bar{x})$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x})$
1.5	1/3	0.5	0.5-	0.25	0.0833
2	1/3	0.67	0	0	0
2.5	1/3	0.83	0.5	0.25	0.0833
$\sum$	*1*	2		0.5	0.1666

*متوسط التوزيع العيني لـ $\bar{X}$:

$$\mu_{\bar{X}} = \sum \bar{x} f(\bar{x}) = (1.5*\frac{1}{3}) + (2*\frac{1}{3}) + (2.5*\frac{1}{3}) = 2 = \mu$$

وهويساوي نفس قيمة μ كما يجب أن يكون.

*تباين التوزيع العيني لـ $\bar{X}$:

$$\delta^2{}_{\bar{X}} = \sum (\bar{x}-\mu_{\bar{X}})^2 f(\bar{x}) = (1.5-2)^2 * (\frac{1}{3})$$
$$+ (2-2)^2 * (\frac{1}{3}) + (2.5-2)^2 * (\frac{1}{3}) = \frac{0.5}{3} = 0.1666$$

وهي تساوي $\frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$. **للتحـــــقق:** $\frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right) = \frac{2/3}{2}\left(\frac{3-2}{3-1}\right) = 0.1666$

- في حالة السحب مع الإرجاع:

$\bar{x}$	$f(\bar{x})$	$\bar{x}.f(\bar{x})$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x})$
1	1/9	1/9	1-	*1*	1/9
1.5	2/9	1/3	0.5-	*0.25*	0.5/9
2	3/9	2/3	0	0	0
2.5	2/9	5/9	0.5	0.25	0.5/9
3	1/9	3/9	1	1	1/9
$\sum$	*1*	2	0	2.5	1/3

*متوسط التوزيع العيني لـ $\bar{X}$:

$$\mu_{\bar{X}} = \sum \bar{x} f(\bar{x}) = (1*\frac{1}{9}) + (1.5*\frac{2}{9}) + (2*\frac{3}{9}) + (2.5*\frac{2}{9}) + (3*\frac{1}{9}) = 2 = \mu$$

وهويساوي نفس قيمة μ كما يجب أن يكون.

*تباين التوزيع العيني لـ $\bar{X}$:

$$\delta^2{}_{\bar{X}} = \sum(\bar{x}-\mu_{\bar{X}})^2 f(\bar{x}) = (1-2)^2 *(\frac{1}{9}) + (1.5-2)^2 *(\frac{2}{9})$$

$$+(2-2)^2 *(\frac{3}{9}) + (2.5-2)^2 *(\frac{2}{9}) + (3-2)^2 *(\frac{1}{9}) = \frac{1}{3} = 0.333$$

وهي تساوي $\frac{\sigma^2}{n}$. **للتحـــقق**: $\frac{\sigma^2}{n} = \frac{2}{3}\frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.333 = \sigma^2_{\bar{X}}$

تمريـــن 2:

*التوزيع الاحتمالي للمجتمع

X	40	42	48	56	64
$f(X)$	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5

* الوسط الحسابي للمجتمع هو:

$$\mu = \sum x f(x) = (40*\frac{1}{5}) + (42*\frac{1}{5}) + (48*\frac{1}{5}) + (56*\frac{1}{5}) + (64*\frac{1}{5}) = 50$$

* تباين المجتمع هو:

$$\delta^2 = \sum x^2 f(x) - \mu^2 = \{(40)^2 *(\frac{1}{5}) + (42)^2 *(\frac{1}{5}) + (48)^2 *(\frac{1}{5}) + (56)^2 *(\frac{1}{5}) + (64)^2 *(\frac{1}{5})\} - 50^2 = 80$$

أو

$$\delta^2 = \sum(x-\mu)^2 f(x) = (40-50)^2 *(\frac{1}{5}) + (42-50)^2 *(\frac{1}{5}) + (48-50)^2 *(\frac{1}{5}) + (56-50)^2 *(\frac{1}{5}) + (64-50)^2 *(\frac{1}{5}) = 80$$

*عدد العينات الممكن سحبها في حالة السحب مع الإرجاع مع العلم أن $n=2$ هو

$N^n = 5^2 = 25$ والجدول التالي يوضح العينات

$\bar{X}$	العينة	$\bar{X}$	العينة	$\bar{X}$	العينة	$\bar{X}$	العينة	$\bar{X}$	العينة
52	(64.40)	48	(56.40)	44	(48.40)	41	(42.40)	40	(40.40)
53	(64.42)	49	(56.42)	45	(48.42)	42	(42.42)	41	(40.42)
56	(64.48)	52	(56.48)	48	(48.48)	45	(42.48)	44	(40.48)
60	(64.56)	56	(56.56)	52	(48.56)	49	(42.56)	48	(40.56)
64	(64.64)	60	(56.64)	56	(48.64)	53	(42.64)	52	(40.64)

* توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة $\bar{X}$ في حالة السحب مع الإرجاع هو:

$\bar{x}$	40	41	42	44	45	48	49	52	53	56	60	64
$f(\bar{x})$	1/25	2/25	1/25	2/25	2/25	3/25	2/25	4/25	2/25	3/25	2/25	1/25

*حساب الوسط الحسابي $\mu_{\bar{x}}$ والتباين $\delta^2{}_{\bar{x}}$ لتوزيع المعاينة

$\bar{x}$	$f(\bar{x})$	$\bar{x}.f(\bar{x})$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x})$
40	1/25	40/25	100	100/25
41	2/25	82/25	81	162/25
42	1/25	42/25	64	64/25
44	2/25	88/25	36	72/25
45	2/25	90/25	25	50/25
49	3/25	144/25	4	12/25
48	2/25	98/25	1	2/25
52	4/25	208/25	4	16/25
53	2/25	106/25	9	18/25
56	3/25	168/25	36	108/25
60	2/25	120/25	100	200/25
64	1/25	64/25	196	196/25
$\sum$	1	1250/25	1000	1000/25

$$\mu_{\bar{x}} = \sum \bar{x} f(\bar{x}) = 50 = \mu$$

$$\delta^2{}_{\bar{x}} = \sum (\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x}) = \frac{1000}{25} = 40 = \frac{80}{2} = \frac{\delta^2}{n}$$

تمريــن 3:

*عدد العينات الممكن سحبها في حالة السحب مع عدم الإرجاع مع العلم أن $n=2$ هو

$C_N{}^n = C_5{}^2 = \frac{5!}{2!*(5-2)!} = \frac{5*4}{2} = 10$ والجدول التالي يوضح العينات:

العينة	$\bar{X}$	العينة	$\bar{X}$
(40.42)	41	(42.56)	49
(40.48)	44	(42.64)	53
(40.56)	48	(48.56)	52
(40.64)	52	(48.64)	56

60	(56.64)	45	(42.48)

* توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة $\overline{X}$ في حالة السحب مع الإرجاع هو:

$\bar{x}$	41	44	45	48	49	52	53	56	60
$f(\bar{x})$	*1/10*	*1/10*	*1/10*	*1/10*	*1/10*	*/102*	*1/10*	*1/10*	*1/10*

*حساب الوسط الحسابي $\mu_{\bar{x}}$ والتباين لتوزيع المعاينة $\delta^2{}_{\bar{x}}$

$\bar{x}$	$f(\bar{x})$	$\bar{x}.f(\bar{x})$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x})$
41	0.1	*4.1*	81	8.1
44	0.1	4.4	36	3.6
45	0.1	4.5	25	2.5
48	0.1	4.8	4	0.4
49	0.1	4.9	1	0.1
52	0.2	10.4	4	0.8
53	0.1	5.3	9	0.9
56	0.1	5.6	36	3.6
60	0.1	6.0	100	10
$\sum$	1	50	296	30

$$\mu_{\bar{x}} = \sum \bar{x} f(\bar{x}) = 50 = \mu$$

$$\delta^2{}_{\bar{x}} = \sum (\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x}) = 30 = \frac{80}{2} * \frac{5-2}{5-1} = \frac{\delta^2}{n} * \frac{N-n}{N-1} = 30$$

تمريــن 4:

لدينا $n = 9$ و $N = 6000$ إذن $\frac{n}{N} = \frac{9}{6000} = 0.0015 \prec 0.05$

إذن إذا كان السحب مع الإرجاع أوبدون إرجاع فإن:

$$\mu_{\bar{x}} = \mu = 13600 \text{ و } \sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{600}{3} = 200$$

$$P(13600 \le \overline{X} \le 13800) = P(\frac{13600-13600}{200} \le Z \le \frac{13800-13600}{200})$$
$$= P(0 \le Z \le 1) = 0.84134 - 0.5000 = 0.34134$$

عدد العينات هو: $0.34134*60 \approx 20$

$$P(\overline{X} \le 13800) = P(Z \le \frac{13800-13600}{200}) = P(Z \le 1) = 0.84134 = 0.84134$$

عدد العينات هو: $0.84134*60 \approx 50$

تمريــن 5:

لدينا $n = 25$ و $N = 1000$ إذن $\frac{n}{N} = \frac{25}{1000} = 0.025 \prec 0.05$

إذن إذا كان السحب مع الإرجاع أوبدون إرجاع فإن:

$$\mu_{\bar{x}} = \mu_x = 80 \text{ و } \sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5} = 1.4$$

بما أن المتغيرة X تتبع التوزيع الطبيعي فإن متوسط العينات $\overline{X}$ يتبع هوأيضا التوزيع الطبيعي حتما بغض النظر عن حجم العينة سواء كان صغيرا أم كبيرا.

إذن: $X \mapsto N(80,49) \Rightarrow \overline{X} \mapsto N(80, \frac{49}{25})$

- إيجاد $P(\overline{X} \ge 78) = ?$

$$P(\overline{X} \ge 78) = 1 - P(Z \le \frac{78-80}{7/5}) = 1 - P(Z \le 1.4285) = 1 - 0.92364 = 0.07636$$

تمريــن 6:

المتغير العشوائي محل الدراسة X هوعمر العامل حيث $X \to N(45.49)$

والاحتمال المطلوب $P(\overline{X} \succ 48) = ?$

بما أن مجتمع أعمار العمال تتوزع توزيعا طبيعيا إذن توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة سيكون توزيعا طبيعيا بغض النظر عن حجم العينة، وسيكون الوسط الحسابي والتباين لهذا التوزيع كما يلي:

$$\delta^2_{\bar{x}} = \frac{\delta^2}{n} = \frac{49}{16} \quad \mu_{\bar{x}} = \mu = 45$$

لم نستخدم معامل التصحيح بالرغم من أن السحب كان مع عدم الإرجاع لأن:

$$\frac{n}{N} = \frac{16}{1500} = 0.01 \prec 0.05$$

نحسب القيمة المعيارية كما يلي: $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_{\bar{X}}}{\delta_{\bar{X}}} = \dfrac{48-45}{\sqrt{49/16}} = \dfrac{12}{7} = 1.71$

بالتالي فإن:

$$P(\bar{X} \succ 48) = P(Z \succ 1.71) = 0.5 - 0.4564 = 0.0436$$

أي أنه إذا سحبنا من هذا المجتمع مع عدم الارجاع كل العينات العشوائية الممكنة ذات الحجم $(n=16)$، فستكون نسبة العينات التي وسطها الحسابي أكبر من 48 هي %4.36

تمريـــن 7:

المتغير العشوائي محل الدراسة X هودرجة الطالب حيث $X \to N(68.25)$

والاحتمال المطلوب هو $P(67 \le \bar{X} \le 69) = ?$

بما أن مجتمع درجة الطالب تتوزع توزيعا طبيعيا إذن توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة سيكون توزيعا طبيعيا، وسيكون الوسط الحسابي والتباين لهذا التوزيع كما يلي:

$$\mu_{\bar{x}} = \mu = 68$$

$$\delta^2_{\bar{x}} = \frac{\delta^2}{n}\frac{N-n}{N-1} = \frac{25}{100}\frac{420-100}{420-1} = 0.1909$$

اسخدمنا معامل التصحيح لأن السحب كان مع عدم الإرجاع لأن:

$$\frac{n}{N} = \frac{100}{420} = 0.24 \succ 0.05$$

نحسب القيمتين المعياريتين كما يلي:

$$Z_1 = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{X}}}{\delta_{\bar{X}}} = \frac{67-68}{\sqrt{0.1909}} = \frac{12}{7} = -2.29$$

$$Z_2 = \frac{\overline{X} - \mu_{\overline{X}}}{\delta_{\overline{X}}} = \frac{69 - 68}{\sqrt{0.1909}} = 2.29$$

بالتالي فإن:

$$P(67 \leq \overline{X} \leq 69) = P(-2.29 \leq Z \leq 2.29) = 0.4890 + 0.4890 = 0.9780$$

تمريــن 8:

المتغير العشوائي محل الدراسة X هووزن علبة التونة والمجتمع هومجموعة أوزان كل العلب وتوزيعه الاحتمالي غير معروف وحجم العينة $(n = 100)$ أي $(n \succ 30)$، إذن بالرغم من أن توزيع المجتمع مجهول فإن توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة سيكون توزيعا قريبا من التوزيع الطبيعي (نظرية النهاية المركزية)، وسيكون الوسط الحسابي والتباين لهذا التوزيع كما يلي:

$$\delta^2{}_{\overline{x}} = \frac{\delta^2}{n} = \frac{(2.25)^2}{100} = 0.0506 \; \mu_{\overline{x}} = \mu = 223$$

لم نستخدم معامل التصحيح لأن السحب كان مع عدم الإرجاع لأن:

$$\frac{n}{N} = \frac{100}{50000} = 0.002 \prec 0.05$$

نحسب القيمة المعيارية كما يلي:

$$Z_1 = \frac{\overline{X} - \mu_{\overline{X}}}{\delta_{\overline{X}}} = \frac{222.5 - 223}{\sqrt{0.0506}} = \frac{-0.5}{0.225} = -2.22$$

بالتالي فإن:

$$P(\overline{X} \prec 222.5) = P(Z \prec -2.22) = 0.50.4868 = 0.0132$$

تمريــن 9:

ســنرمز لمقياس الذكاء بالرمز X، وبالتالي المتغير العشــوائي $\overline{X}$ يتبع توزيع طبيعي بمتوســط $\mu_{\overline{X}} = 100$ وانحراف معياري $\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{75}{\sqrt{25}} = 15$ أي أن:

$$\overline{X} \sim N(100, 225)$$

والآن نوجد المطلوب:

1. عدد الطلبة في الجامعة الذين تزيد درجة مقياس ذكائهم عن 130.

نوجد أولاً نسبة أفراد المجتمع الذين تزيد درجة مقياس ذكائهم عن 130 والتي سنرمز لها بالرمز P_A كما يلي:

$$P_A = P(X > 130) = P\left(Z > \frac{130-100}{75}\right) = 1-\Phi(0.4) = 1-0.6554 = 0.3446$$

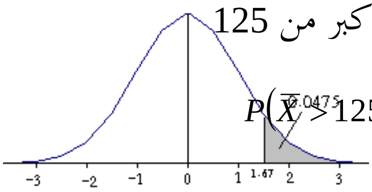
إذا، عدد الطلبة في المجتمع الذين تزيد درجة مقياس ذكائهم عن 130 والتي سنرمز لها بالرمز N_A هي:

$$N_A = N\,P(X > 130) = (60000)(0.3446) = 20676$$ حيث N هي حجم المجتمع.

2. عدد الطلبة في العينة المتوقع أن يزيد مقياس ذكائهم عن 130: حيث n هي حجم العينة

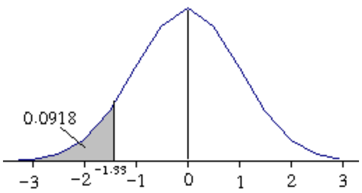
سنرمز للعدد المتوقع في العينة بالرمز M: $M = n\,P(X > 130) = (25)(0.3446) = 8.615 \cong 9$

3. احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة أكبر من 125



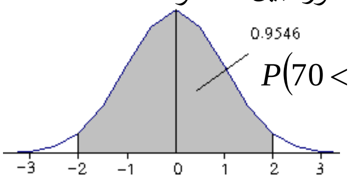
$$P(\overline{X} > 125) = P\left(Z > \frac{125-100}{15}\right) = 1-\Phi(1.67) = 1-.9525 = 0.0475$$

4. احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة أصغر من 80



$$P(\overline{X} < 80) = P\left(Z < \frac{80-100}{15}\right) = \Phi(-1.33) = 0.0918$$

5. احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة محصورا بين 70 و130

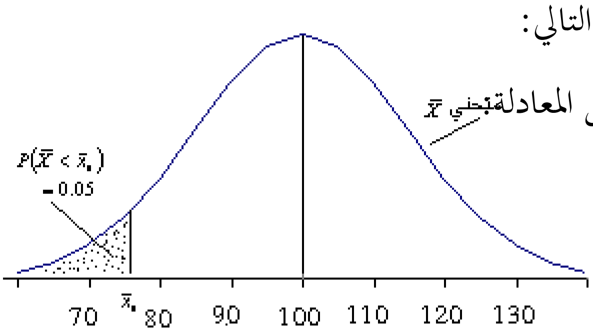


$$P(70 < \overline{X} < 130) = P\left(\frac{70-100}{15} < Z < \frac{130-100}{15}\right) = P(-2 < Z < 2)$$
$$= \Phi(2) - \Phi(-2) = 0.97725 - 0.02275 = 0.9545$$

6. درجة مقياس الذكاء المقابلة لنسبة الخمسة في المائة الأولي؟

أي نريد إيجاد القيمة $\bar{x}_\circ$ للمتغير $\overline{X}$ التي تحقق المعادلة $P(\overline{X} < \bar{x}_\circ) = 0.05$ كما هوموضح في الشكل التالي: $P(\overline{X} < \bar{x}_\circ) = 0.05$

أي $P\left(Z < \frac{\bar{x}_\circ - 100}{15}\right) = 0.05$ نريد حل المعادلة



من جدول التوزيع الطبيعي نجد أن:

$$P(Z < -1.645) = 0.05$$

أي أن: $\frac{\bar{x}_{\circ} - 100}{15} = -1.645$

ومنها نجد أن: $\bar{x}_{\circ} = 100 - (15)(1.645) = 75.325$

وهذا يعني أن نســــبة الطلبة في الجامعة الذين تقل درجة مقياس الذكاء لهم عن 75.325 تساوي 5% من أجمالي الطلبة.