



التطبيقات الاولية لتحليل

المعطيات



اساتذة المقياس:

د. صدقاوي صورية / د. بوعبدلي زهرة



الفصل الثالث: التحليل إلى المركبات الأساسية تابع ACP

- تمرين محلول ACP



تمرين محلول ACP

(1/27)

لتكن لدينا المعطيات المتعلقة بثلاث متغيرات ذات وحدات قياس مختلفة متعلقة بأربعة افراد كما يلي

المقياس	X_1	X_2	X_3	الافراد
A	50	5	1	
B	43	6	3	
C	62	7	2	
D	30	8	3	



تمرين محلول ACP

(2/27)

- باستخدام طريقة ACP قم بتحليل معطيات الجدول.
- مثل بيانيا الافراد والمتغيرات في المستوى ذو اكبر كثافة ممكنة؟ اشرح هذه النتائج.
- ليكن الفرد الإضافي E بالمعطيات التالية :

$$X_1= 10 \quad X_2=20 \quad X_3=30$$

مثل هذا الفرد

$$\text{تعطى القيم الذاتية كما يلي: } \text{£}_3=0.27 \quad \text{£}_2=0,61 \quad \text{£}_1=2.12$$



تمرين محلول ACP

(3/27)

والاشعة الذاتية كما يلي:

$$\mu_1 = \begin{pmatrix} -0.54 \\ 0.56 \\ 0.63 \end{pmatrix} \quad \mu_2 = \begin{pmatrix} 0.76 \\ 0.64 \\ 0.07 \end{pmatrix} \quad \mu_3 = \begin{pmatrix} 0.36 \\ -0.52 \\ 0.78 \end{pmatrix}$$



تمرين محلول ACP

(4/27)

حل التمرين:

1- أولاً: حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية.

المتوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ij}$$

الانحراف المعياري

$$s_j = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2}$$



تمرين محلول ACP

(5/27)

	X_1	X_2	X_3	$(X_1 - \bar{X}_1)^2$	$(X_2 - \bar{X}_2)^2$	$(X_3 - \bar{X}_3)^2$
A	50	5	1	14.0625	2.25	1.5625
B	43	6	3	10.5625	0.25	0.5625
C	62	7	2	248.0625	0.25	0.0625
D	30	8	3	264.0625	2.25	0.5625
Σ	185	26	9	536.75	5	2.75
\bar{x}	46.25	6.5	2.25			
σ	11.584	1.118	0.829			



تمرين محلول ACP

(6/27)

\hat{x}_{ij}

ثانيا: حساب المصفوفة

$$\hat{x}_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{\sigma_j}$$

حيث ان هذه المصفوفة تمثل احداثيات الافراد .



تمرين محلول ACP

(7/27)

$$\hat{X} = \begin{pmatrix} \frac{3.75}{11.584} & \frac{-1.5}{1.118} & \frac{-1.25}{0.829} \\ \frac{-3.25}{11.584} & \frac{-0.5}{1.118} & \frac{0.75}{0.829} \\ \frac{15.75}{11.584} & \frac{0.5}{1.118} & \frac{-0.25}{0.829} \\ \frac{-16.25}{11.584} & \frac{1.5}{1.118} & \frac{0.75}{0.829} \end{pmatrix}$$



تمرين محلول ACP

(8/27)

$$\hat{X} = \begin{pmatrix} 0.324 & -1.342 & -1.508 \\ -0.281 & -0.447 & 0.905 \\ 1.360 & 0.447 & -0.302 \\ -1.403 & 1.342 & 0.905 \end{pmatrix}$$



تمرين محلول ACP

(9/27)

ثالثا: إيجاد مصفوفة الارتباط C

$$C = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}$$

ملاحظة: $r_{jj} = 1$

$$r_{13} = r_{31} \quad r_{23} = r_{32} \quad r_{12} = r_{21} \quad \text{مثلا} \quad r_{jk} = r_{kj}$$



تمرين محلول ACP

(10/27)

نقوم بحساب r_{jk} بالطريقة التالية:

$$r_{jk} = \frac{1}{n} \frac{\sum (X_{ij} - \bar{X}_j)(X_{ik} - \bar{X}_k)}{\partial j \partial k}$$

يكون r دائما محصورا بين 1 و -1

لدينا $r_{11} = r_{22} = r_{33} = 1$

من المثال نجد



تمرين محلول ACP

(11/27)

$(X_{i1} - \bar{X}_1)(X_{i2} - \bar{X}_2)$	$(X_{i1} - \bar{X}_1)(X_{i3} - \bar{X}_3)$	$(X_{i2} - \bar{X}_2)(X_{i3} - \bar{X}_3)$
-5.625	-4.6875	1.875
1.625	-2.4375	-0.375
7.875	-3.9375	-0.125
-24.375	-12.1875	1.125
-20.5	-23.25	2.5



تمرين محلول ACP

(12/27)

حيث

$$r_{12} = \frac{1}{4} \frac{-20,5}{11,584 * 1,118} = -0,396$$



تمرين محلول ACP

(13/27)

$$r_{13} = \frac{1}{4} \frac{-23,25}{11,584 * 0,829} = -0,605$$

بنفس الطريقة نحسب باقي القيم لتحصل على المصفوفة التالية:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -0,396 & -0,605 \\ -0,396 & 1 & 0,674 \\ -0,605 & 0,674 & 1 \end{pmatrix}$$

نلاحظ ان كل القيم محصورة بين 1 و -1



تمرين محلول ACP

(14/27)

رابعاً: حساب نسب التمثيل على المحاور
نسمي $Z\beta$ نسبة التمثيل على المحور β حيث



تمرين محلول ACP

(15/27)

المحاور	القيم الذاتية	نسب التمثيل	النسب التجميعية
1	2,12	$\frac{2,12}{3} * 100 = 70,67$	70,67
2	0,61	$\frac{0,61}{3} * 100 = 20,33$	91
3	0,27	$\frac{0,27}{3} * 100 = 9$	100
المجموع	3	100	



تمرين محلول ACP

(16/27)

نلاحظ ان المحور الأول يمثل 70,67 % من بيانات الجدول كما ان 20,33 % ممثلة على المحور الثاني.
اذن المستوى الأول الذي يضم المحور الأول والمحور الثاني بنسبة 91 % من بيانات الجدول هو اكثر كفاءة و يمكن الاعتماد عليه في التحليل.



تمرين محلول ACP

(17/27)

2- حساب احداثيات الافراد على المحور:

نسمي $F\beta$ احداثيات كل الافراد على المحور β حيث

$$F\beta = \hat{X} * \mu\beta \quad F_1 = \hat{X} \mu_1$$

$$F_1 = \begin{pmatrix} 0.324 & -1.342 & -1.508 \\ -0.281 & -0.447 & 0.905 \\ 1.360 & 0.447 & -0.302 \\ -1.403 & 1.342 & 0.905 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.54 \\ 0.56 \\ 0.63 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.876 \\ 0.471 \\ -0.674 \\ 2.079 \end{pmatrix}$$



تمرين محلول ACP

(18/27)

$$F_2 = \begin{pmatrix} -0.718 \\ -0.436 \\ 1.298 \\ -0.144 \end{pmatrix}$$

$$F_3 = \begin{pmatrix} -0.362 \\ 0.837 \\ 0.022 \\ -0.497 \end{pmatrix}$$



تمرين محلول ACP

(19/27)

ونبواب النتائج في الجدول التالي

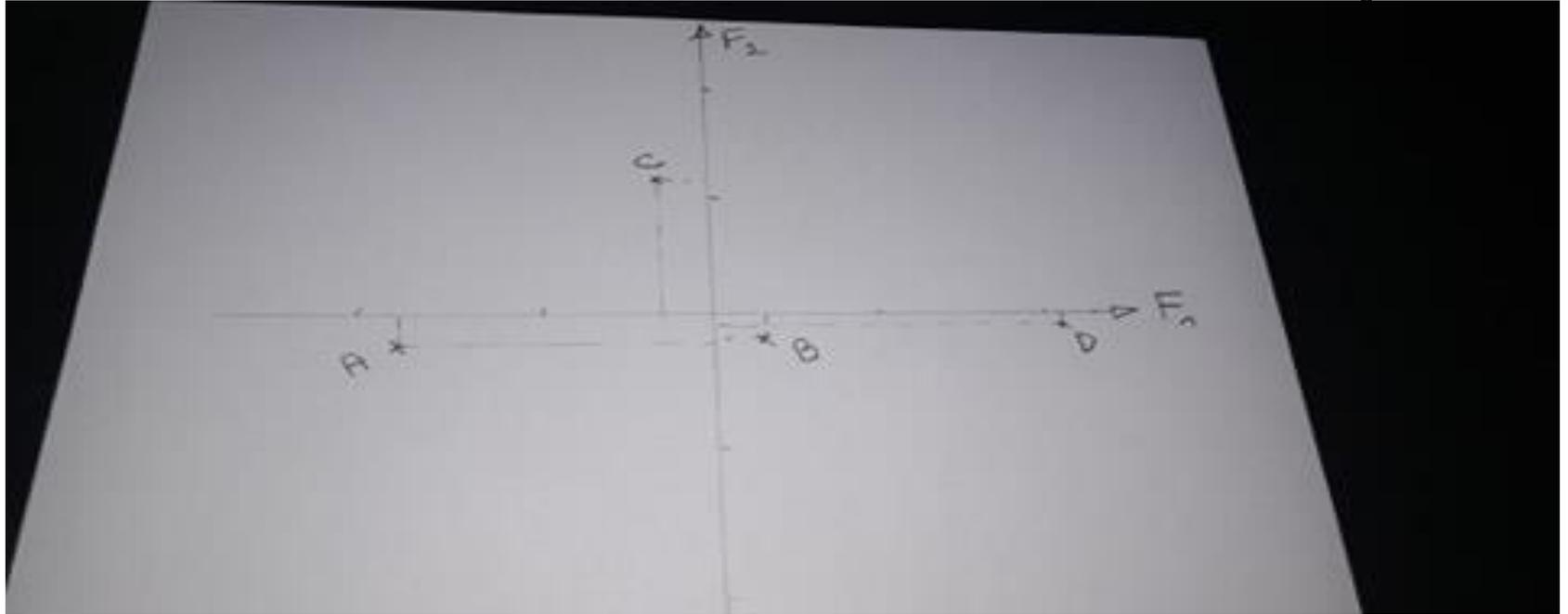
الافراد	F_1	F_2	F_3
A	-0.876	-0.718	-0.362
B	0.471	-0.436	0.837
C	-0.674	1.298	0.022
D	2.079	-0.144	-0.497



تمرين محلول ACP

(20/27)

التمثيل البياني للافراد على المستوى الأول:





تمرين محلول ACP

(21/27)

ملاحظة:

كلما كانت النقاط بعيدة عن المركز تتزايد جودة تمثيلها على المحور والعكس.



تمرين محلول ACP

(22/27)

بعد ذلك نقوم بحساب $G\beta$ والتي تعبر عن احداثيات كل المتغيرات على المحور β حيث: $G\beta = \sqrt{\epsilon\beta} * \mu\beta$

$$G_1 = \sqrt{\epsilon_1} * \mu_1$$
$$= \sqrt{2,12} * \begin{pmatrix} -0.54 \\ 0.56 \\ 0.63 \end{pmatrix}$$



تمرين محلول ACP

(23/27)

$$G_1 = \begin{pmatrix} -0,79 \\ 0,82 \\ 0,92 \end{pmatrix}$$

بنفس الطريقة نحسب بقية القيم ونلخص النتائج في جدول

المتغيرات	G_1	G_2	G_3
X_1	-0.79	0.59	0.19
X_2	0.82	0.5	-0.27
X_3	0.92	0.05	0.41

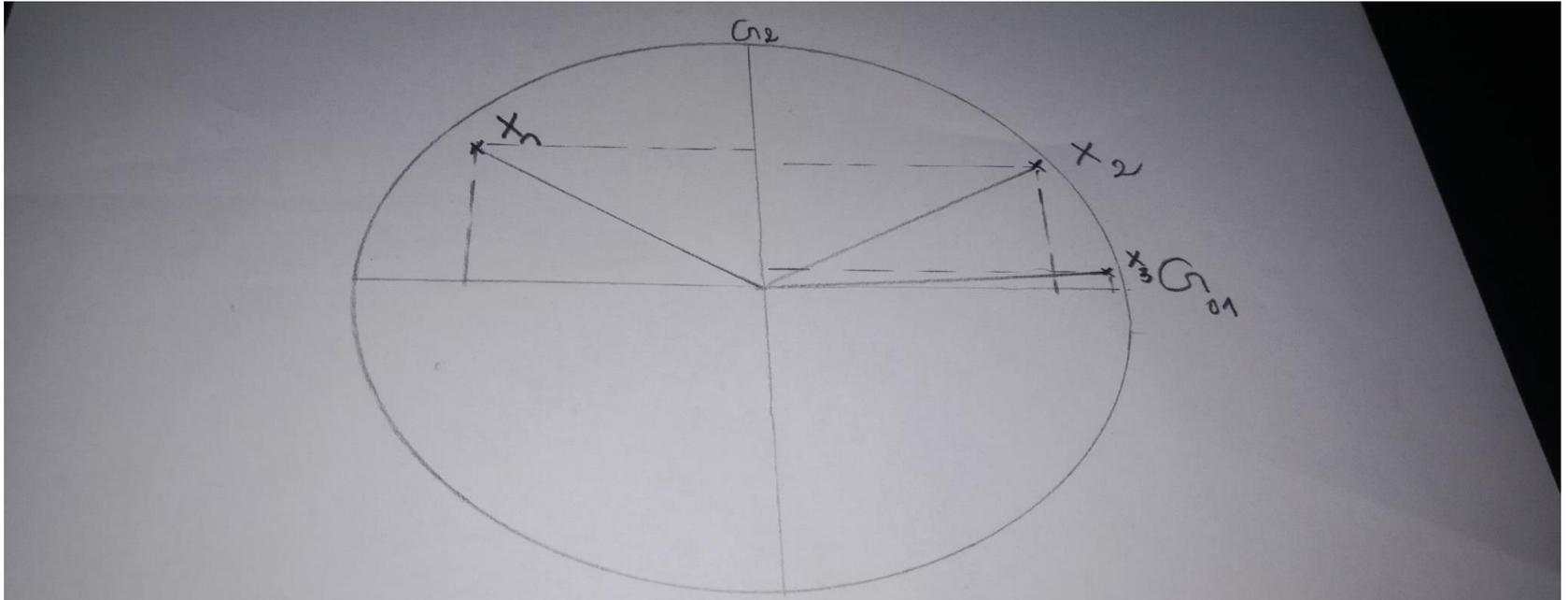
- كلما كانت المتغيرات بعيدة عن المركز تزداد جودة تمثيلها.



تمرين محلول ACP

(24/27)

التمثيل البياني للمتغيرات:





تمرين محلول ACP

(25/27)

3- تمثيل الفرد E بيانيا:

لنتمكن من تمثيل هذا الفرد بيانيا لابد من إيجاد احداثياته على المحورين

F_1 و F_2

من اجل ذلك نحسب القيمة

$$\frac{X_{ij} - \bar{X}}{\partial i * \sqrt{n}}$$



تمرين محلول ACP

(26/27)

يمكن اجراء العمليات بشكل بسيط كما يلي

\bar{X}	46.25	6.5	2.25
δ	11.584	1.118	0.829
$X_i - \bar{X}$	-36.25	13.5	27.75
$\delta * \sqrt{n}$	23.17	2.24	16.03
$\frac{X_{ij} - \bar{X}}{\delta_i * \sqrt{n}}$	-1.56	6.03	16.03



تمرين محلول ACP

(27/27)

يمكن اجراء العمليات بشكل بسيط كما يلي

$$F_1 = (-1.56 \quad 6.03 \quad 16.03) \begin{pmatrix} -0.54 \\ 0.56 \\ 0.63 \end{pmatrix} = 14.76$$

$$F_2 = (-1.56 \quad 6.03 \quad 16.03) \begin{pmatrix} 0.76 \\ 0.64 \\ 0.07 \end{pmatrix} = 3.8447$$