

# CHAPITRE III

## Apprentissage automatique



Machine Learning

# Apprentissage automatique

## Définition

« Field of study that gives computers the ability to learn without being explicitly programmed »  
Arthur Samuel, 1959

- **Un agent apprend s'il améliore sa performance sur des tâches futures avec de l'expérience.**
- L'apprentissage automatique fait référence au développement, à l'analyse et à l'implémentation de méthodes qui permettent à une machine d'évoluer grâce à **un processus d'apprentissage.**

# Apprentissage automatique

## Types d'apprentissage

Les algorithmes d'apprentissage peuvent se catégoriser selon le type d'apprentissage qu'ils emploient :

- L'apprentissage supervisé
- L'apprentissage non-supervisé
- L'apprentissage par renforcement

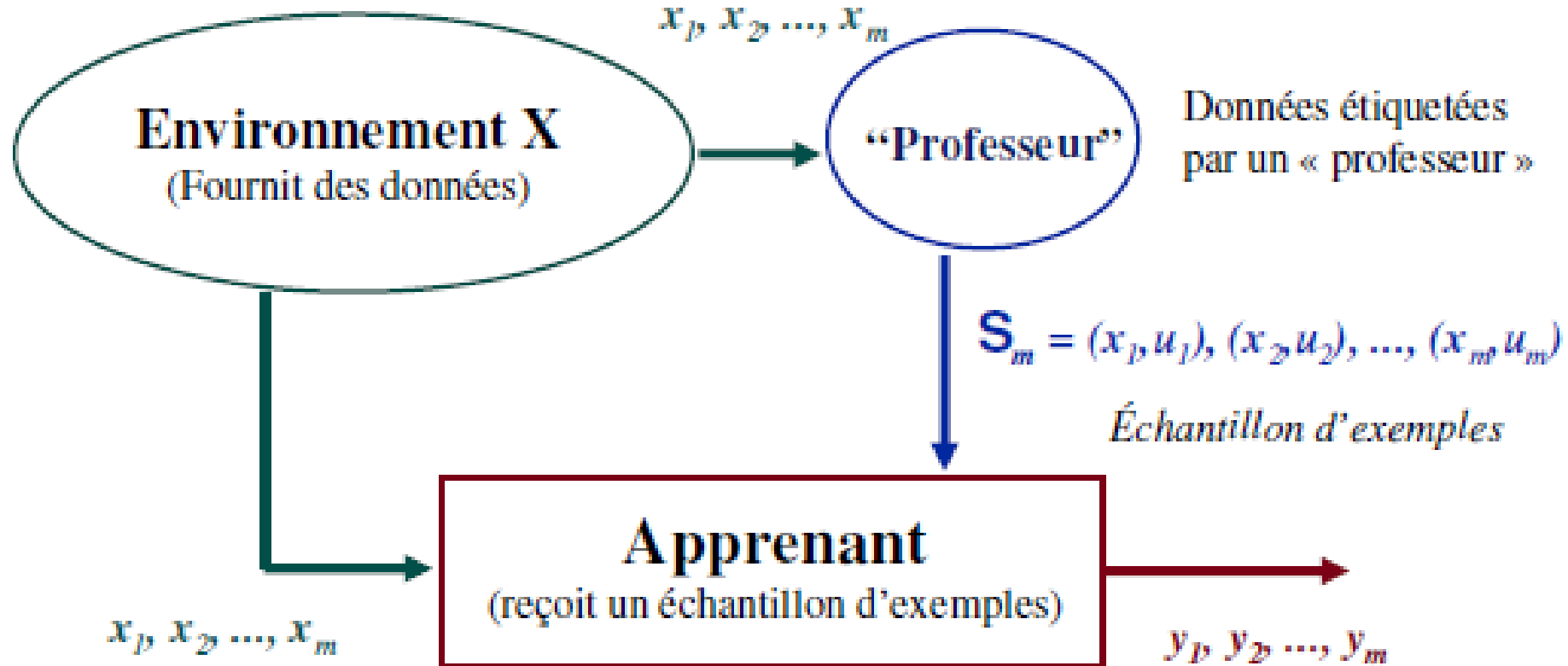
# Types d'apprentissage

## L'apprentissage supervisé

- Un expert est employé pour étiqueter correctement des exemples.
- L'apprenant doit alors trouver ou approximer la fonction qui permet d'affecter la bonne étiquette à ces exemples.
  
- Exemple : reconnaissance de caractères à l'aide d'un ensemble de paires : (image, identité du caractère)

# Types d'apprentissage

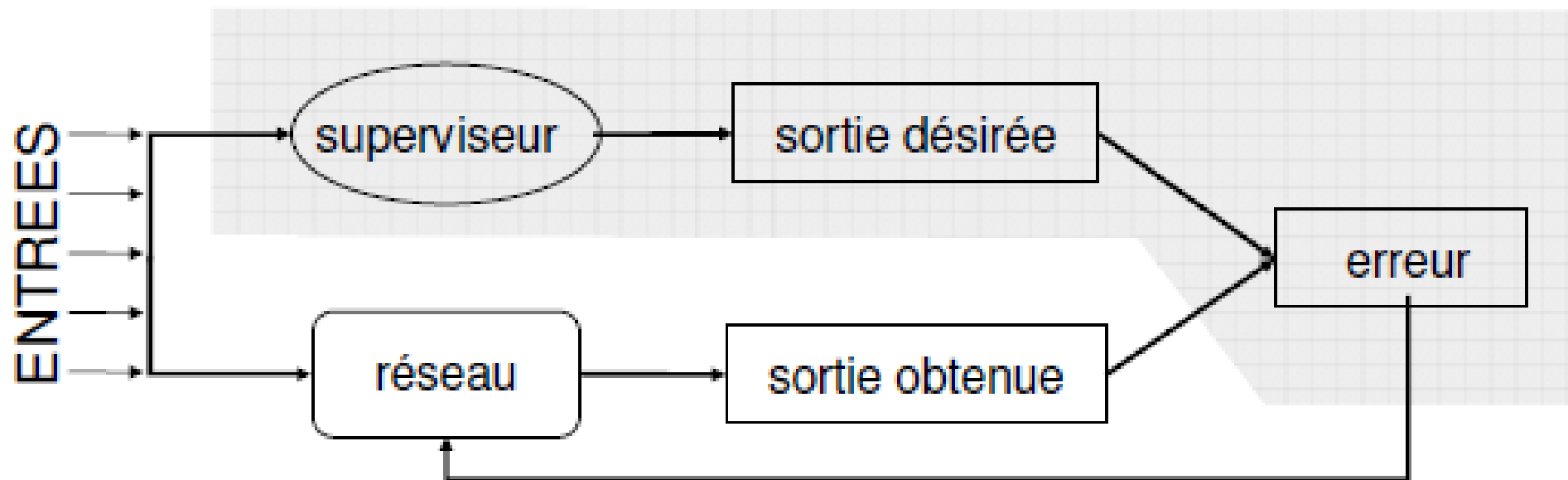
## L'apprentissage supervisé



Approximer au mieux la sortie désirée pour chaque entrée observée

# Types d'apprentissage

## L'apprentissage supervisé



# Types d'apprentissage

## L'apprentissage non supervisé

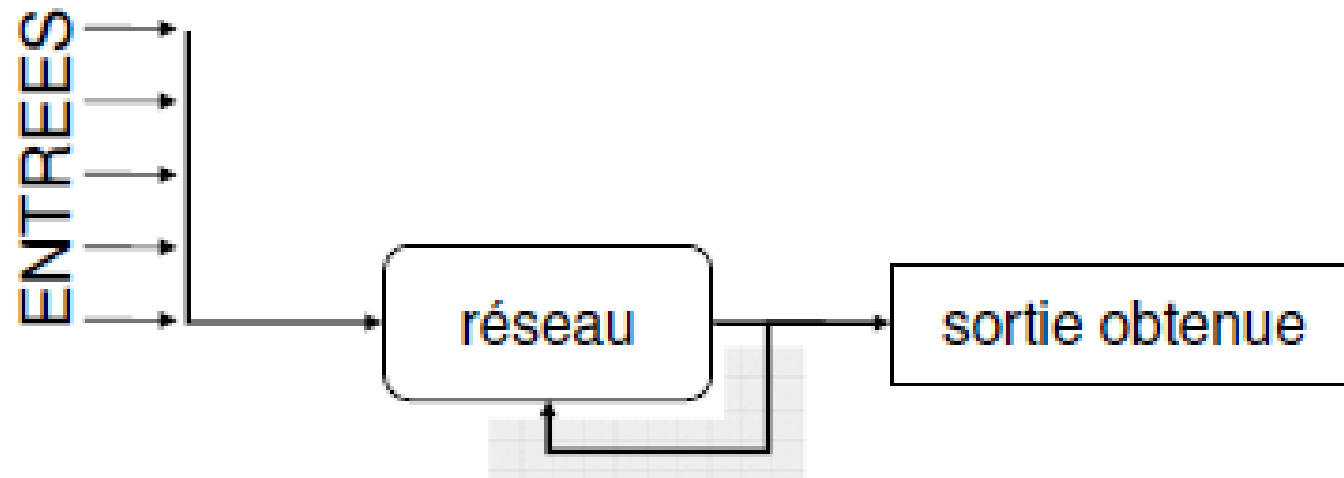
- Aucun expert n'est disponible.
- L'algorithme doit découvrir par lui-même la structure des données.
  
- Exemple : identifier différents thèmes d'articles de journaux en regroupant les articles similaires (clustering)

# Types d'apprentissage

## L'apprentissage non supervisé

A partir de l'échantillon d'apprentissage  $S = \{(x_i)\}_{1,m}$  non étiqueté, on cherche des **régularités** sous-jacentes :

- Sous forme d'une fonction
- Sous forme d'un modèle complexe





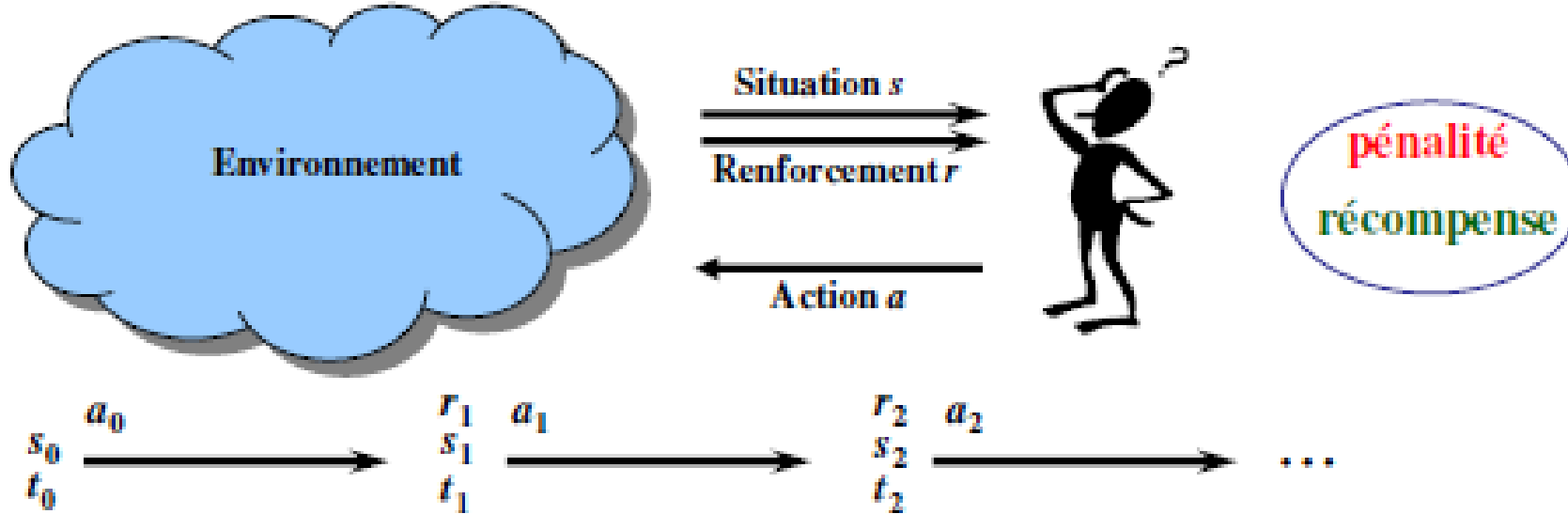
# Types d'apprentissage

## L'apprentissage par renforcement

- L'algorithme apprend un comportement étant donné une observation.
- L'action de l'algorithme sur l'environnement produit une valeur de retour qui guide l'algorithme d'apprentissage.
- Exemple : attribuer des récompenses pour un modèle qui joue aux échecs
  - +1 si le modèle gagne une partie
  - 1 si le modèle perd une partie

# Types d'apprentissage

## L'apprentissage par renforcement



- L'agent apprend à se rapprocher d'une **stratégie comportementale optimale** par des interactions répétitives avec l'environnement
- Les décisions sont prises séquentiellement à des intervalles de temps discrets

# Algorithmes d'apprentissage

- K-plus proches voisins (KNN)
- Réseaux de neurones artificiels
- Méthodes bayésiennes
- Modèles de Markov Cachés (HMM)
- Algorithmes génétiques
- Arbres de décision
- ...

# K plus proches voisins

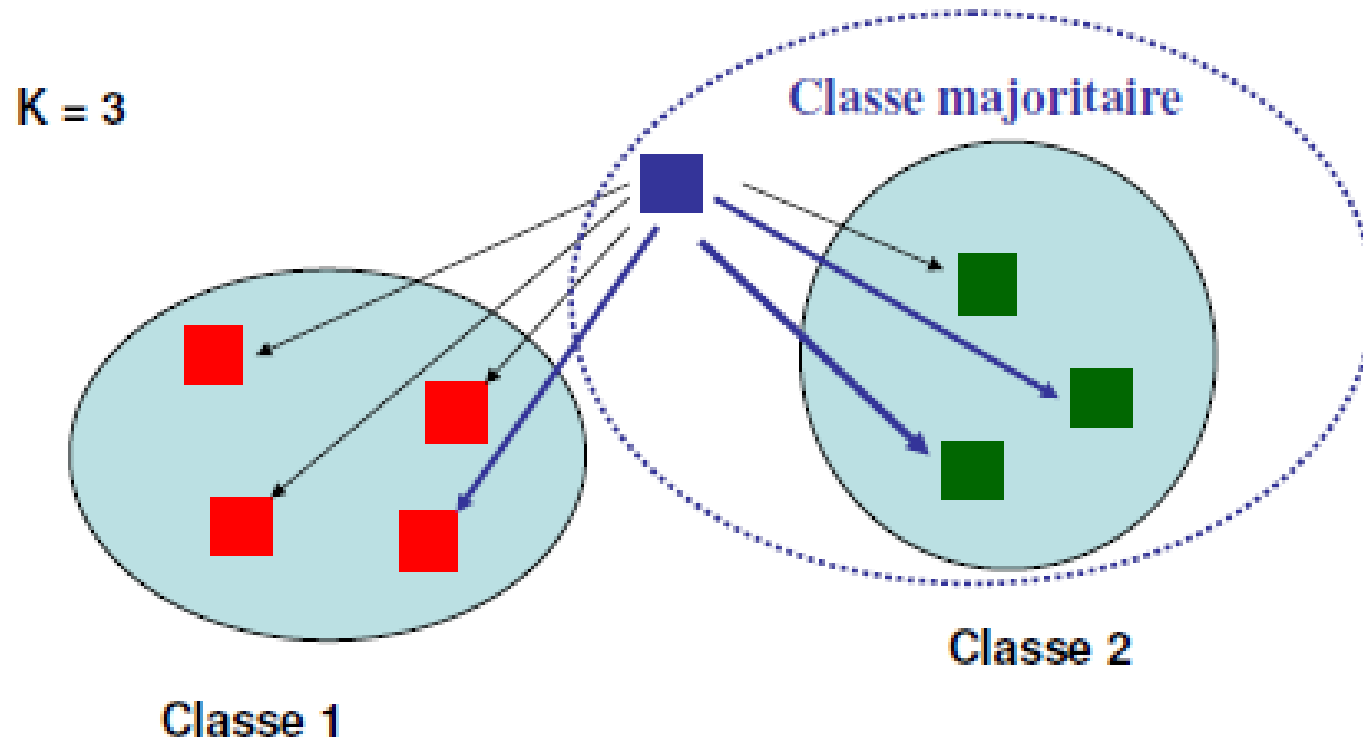
## Principe

- On dispose d'une base de données d'apprentissage constituée de  $m$  couples « entrée-sortie ».
- Pour estimer la sortie associée à une nouvelle entrée  $x$ , la méthode consiste à prendre en compte les  $k$  échantillons d'apprentissage dont l'entrée est la plus proche de la nouvelle entrée  $x$ , selon une distance à définir.

# K plus proches voisins

## Exemple 1 : Classification de formes géométriques

On retiendra **la classe la plus représentée** parmi les  $k$  sorties associées aux  $k$  entrées les plus proches de la nouvelle entrée  $x$ .

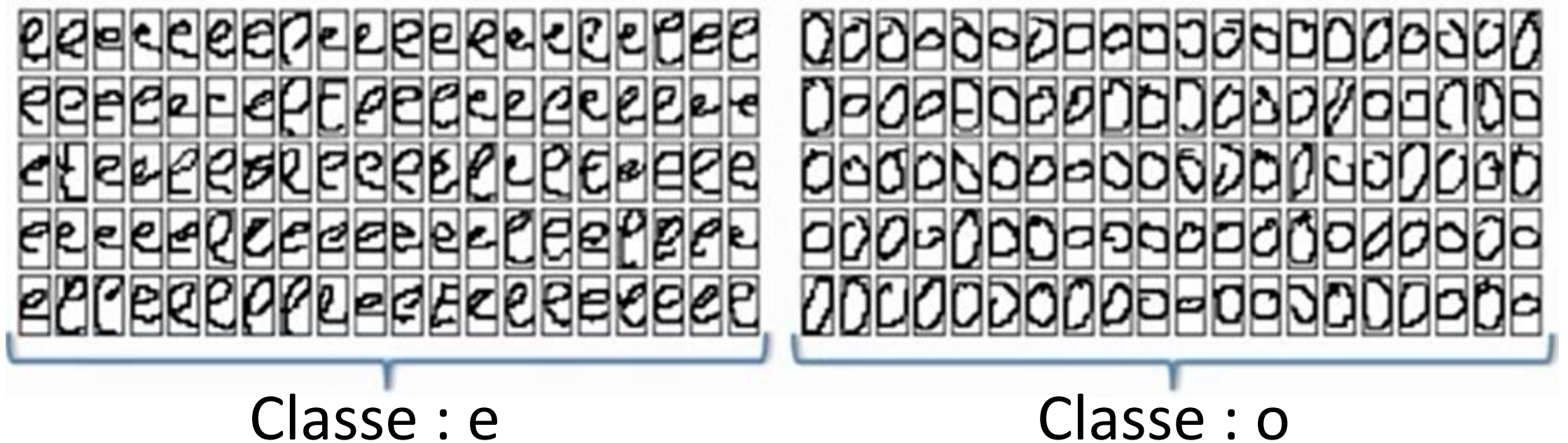


# K plus proches voisins

## Exemple 2 : reconnaissance de caractères

e ou o ?

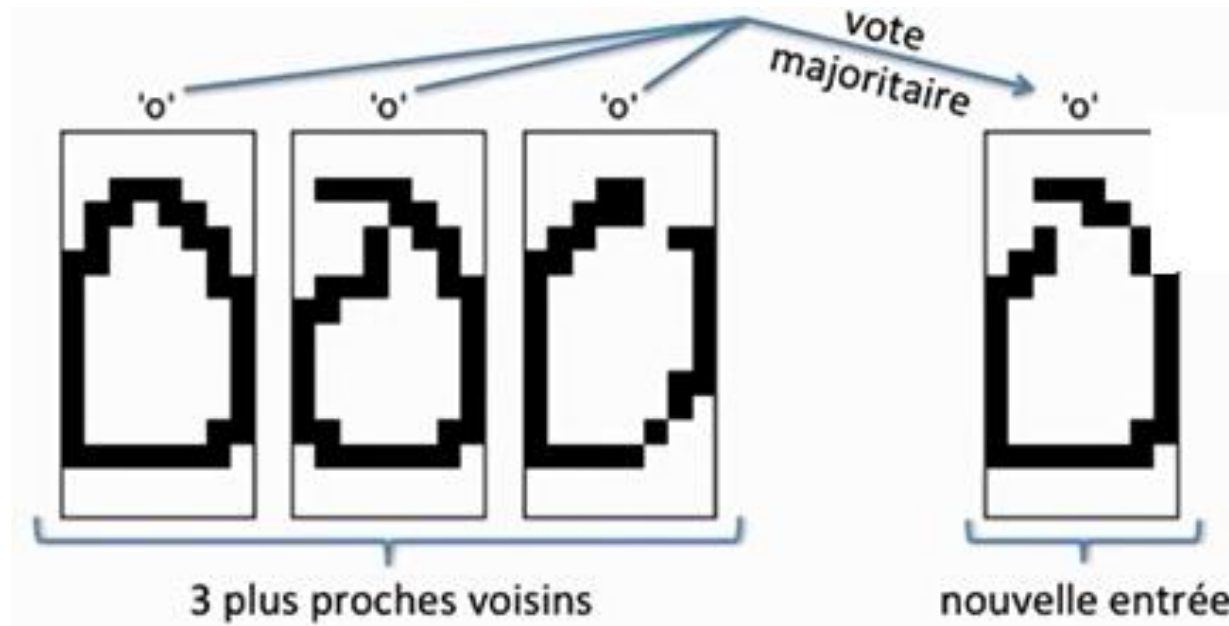
- Exemple d'entraînement (100 exemples d'apprentissage par classe)



# K plus proches voisins

Exemple 2 : reconnaissance de caractères

e ou o ?

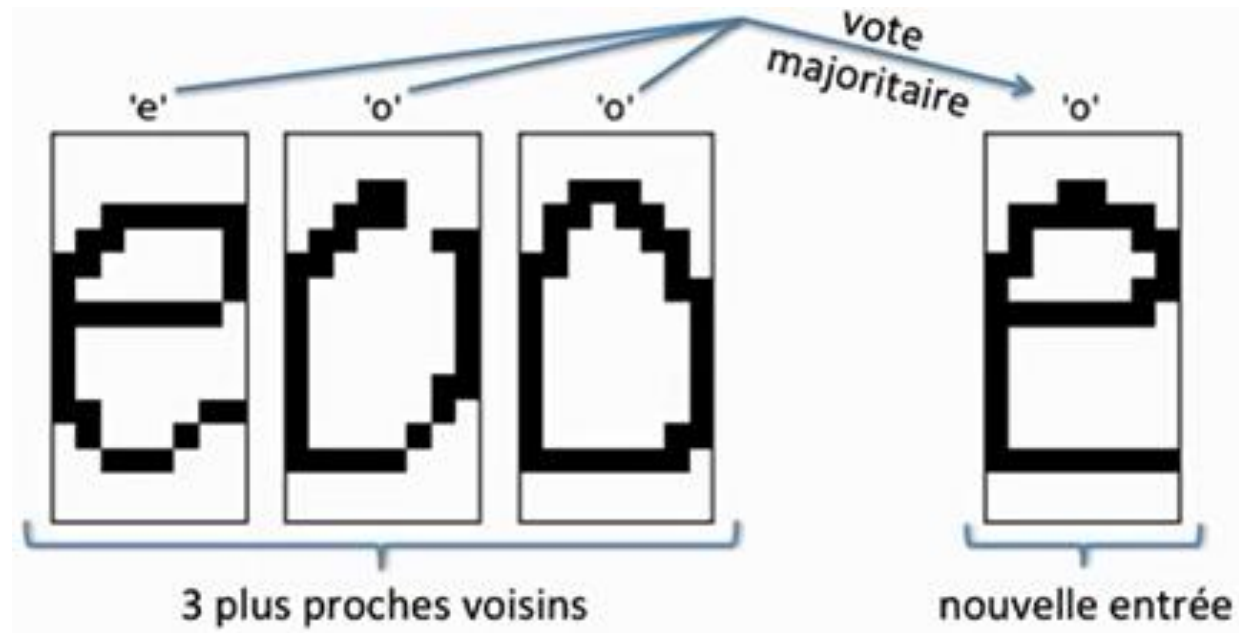


✓ vrai

# K plus proches voisins

Exemple 2 : reconnaissance de caractères

e ou o ?

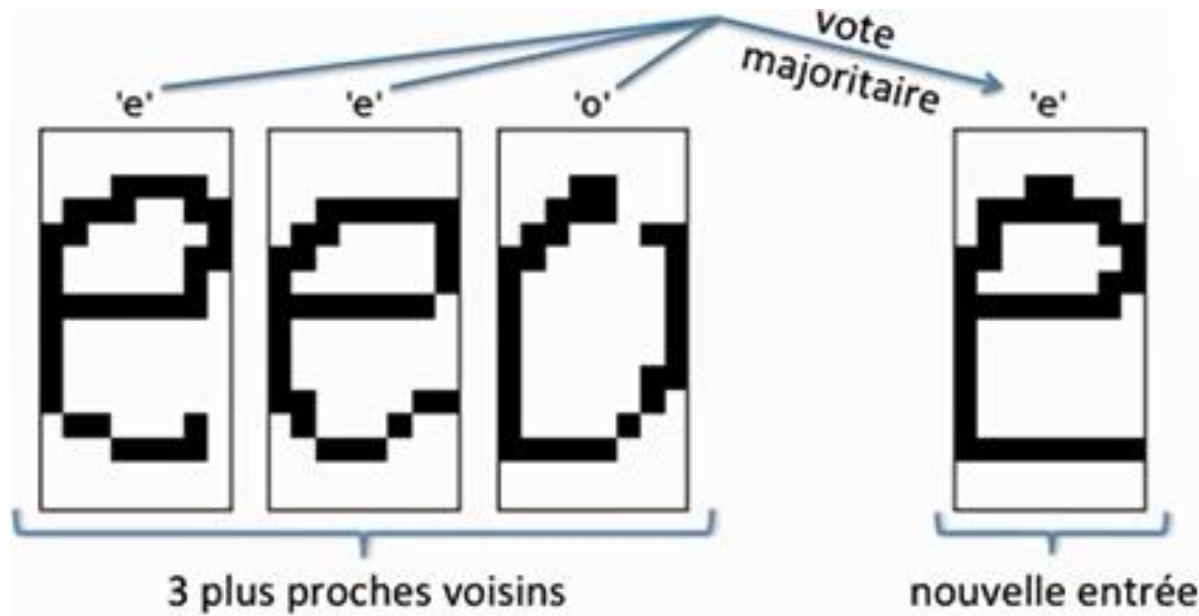




# K plus proches voisins

Exemple 2 : reconnaissance de caractères

e ou o ?



Si on ajoute  
200 exemples  
par classe

✓ vrai

# K plus proches voisins

## Algorithme

- **Paramètre** : le nombre  $k$  de voisins
- **Donnée** : un échantillon de  $m$  exemples et leurs classes
  - La classe d'un exemple  $X$  est  $c(X)$
- **Entrée** : un enregistrement  $Y$
- Déterminer les  $k$  plus proches exemples de  $Y$  en calculant les distances
- Combiner les classes de ces  $k$  exemples en une classe  $c$
- **Sortie** : la classe de  $Y$  est  $c(Y)=c$

# K plus proches voisins

## Distance

- Le choix de la distance est primordial au bon fonctionnement de la méthode
- Les distances les plus simples permettent d'obtenir des résultats satisfaisants
- Propriétés de la distance:
  - $d(A,A) = 0$
  - $d(A,B) = d(B,A)$
  - $d(A,B) \leq d(A,C) + d(B,C)$

# K plus proches voisins

## Calcul de la distance

- $d(x,y) = |x-y|$
- $d(x,y) = |x-y| / d_{\max}$ , où  $d_{\max}$  est la distance maximale entre deux numériques du domaine considéré

# K plus proches voisins

## Exemples de distances

- Données binaires : 0 ou 1.  
On choisit  $d(0,0)=d(1,1)=0$  et  $d(0,1)=d(1,0)=1$ .
- Données énumératives :  
La distance vaut 0 si les valeurs sont égales et 1 sinon.
- Données énumératives ordonnées : elles peuvent être considérées comme des valeurs énumératives mais on peut également définir une distance utilisant la relation d'ordre.
- Exemple: Si un champ prend les valeurs A, B, C, D et E, on peut définir la distance en considérant 5 points de l'intervalle  $[0,1]$  avec une distance de 0,25 entre deux points successifs, on a alors  $d(A,B)=0,25$  ;  $d(A,C)=0,5$  ; ...

# K plus proches voisins

## Distance euclidienne

Soit  $X = (x_1, \dots, x_n)$  et  $Y = (y_1, \dots, y_n)$  deux exemples, la distance euclidienne entre  $X$  et  $Y$  est:

$$D(X, Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}$$

# K plus proches voisins

## Exercice 1 (3 plus proches voisins)

| Client       | Age | Revenu | Fidèle |
|--------------|-----|--------|--------|
| Ahmed        | 35  | 35m    | Non    |
| Khadidja     | 22  | 50m    | Oui    |
| Fatima       | 63  | 200m   | Non    |
| Abdellah     | 59  | 170m   | Non    |
| Safia        | 25  | 40m    | Oui    |
| Abderrahmane | 37  | 50m    | ?      |

Déterminer la classe de Abderrahmane (Fidèle ou non) ?

# K plus proches voisins

## Exercice 1 (3 plus proches voisins)

| Client       | Age | Revenu | Fidèle | Distance avec Abderrahmane   |
|--------------|-----|--------|--------|--|
| Ahmed        | 35  | 35m    | Non    | $D(\text{Abderrahmane}, \text{Ahmed}) = \text{Sqrt}[(35-37)^2 + (35-50)^2] = 15.13$    |
| Khadidja     | 22  | 50m    | Oui    | $D(\text{Abderrahmane}, \text{Khadidja}) = \text{Sqrt}[(22-37)^2 + (50-50)^2] = 15$    |
| Fatima       | 63  | 200m   | Non    | $D(\text{Abderrahmane}, \text{Fatima}) = \text{Sqrt}[(63-37)^2 + (200-50)^2] = 152.23$ |
| Abdellah     | 59  | 170m   | Non    | $D(\text{Abderrahmane}, \text{Abdellah}) = \text{Sqrt}[(59-37)^2 + (170-50)^2] = 122$  |
| Safia        | 25  | 40m    | Oui    | $D(\text{Abderrahmane}, \text{Safia}) = \text{Sqrt}[(25-37)^2 + (40-50)^2] = 15.62$    |
| Abderrahmane | 37  | 50m    | Oui    | Classe majoritaire   |



# K plus proches voisins

## Exercice 2 (3 plus proches voisins)

On dispose d'une base de données d'apprentissage constituée de 5 couples « entrée-sortie ».  
(Abdellah, Admis), (Ahmed, Admis), (Khaled, Ajourné), (Salim, Ajourné) et (Salah, Admis).

Pour chaque étudiant, on dispose aussi de 4 notes dans 4 matières différentes :

- Abdellah : 14, 12, 8 et 12.
- Ahmed : 12, 12, 6 et 10.
- Khaled : 8, 9, 9 et 1.
- Salim : 15, 11, 3 et 5.
- Salah : 12, 9, 14 et 11.

On dispose maintenant d'une nouvelle entrée "Karim" qui a pour notes : 9, 14, 15 et 6.

En utilisant la méthode des k plus proches voisins ( $k = 3$ ) et en choisissant la distance euclidienne, Déterminez la classe de Karim ?.

# K plus proches voisins

## Exercice 2 (3 plus proches voisins)

| Etudiant | Notes           | Classe       | Distance   |
|----------|-----------------|--------------|--|
| Abdellah | 14, 12, 8, 12   | Admis        | $D(\text{Abdellah}, \text{Karim}) = \text{SQRT}[(14-9)^2 + (12-14)^2 + (8-15)^2 + (12-6)^2]$<br>$= \text{SQRT}[25 + 4 + 49 + 36] = \text{SQRT}(114) = 10.67$ |
| Ahmed    | 12, 12, 6 et 10 | Admis        | $D(\text{Ahmed}, \text{Karim}) = \text{SQRT}[(12-9)^2 + (12-14)^2 + (6-15)^2 + (10-6)^2]$<br>$= \text{SQRT}[9 + 4 + 81 + 16] = \text{SQRT}(110) = 10.48$     |
| Khaled   | 8, 9, 9, 1      | Ajourné      | $D(\text{Khaled}, \text{Karim}) = \text{SQRT}[(8-9)^2 + (9-14)^2 + (9-15)^2 + (1-6)^2]$<br>$= \text{SQRT}[1 + 25 + 36 + 25] = \text{SQRT}(87) = 9.32$        |
| Salim    | 15, 11, 3, 5    | Ajourné      | $D(\text{Salim}, \text{Karim}) = \text{SQRT}[(15-9)^2 + (11-14)^2 + (3-15)^2 + (5-6)^2]$<br>$= \text{SQRT}[36 + 9 + 144 + 1] = \text{SQRT}(190) = 13.78$     |
| Salah    | 12, 9, 14, 11   | Admis        | $D(\text{Salah}, \text{Karim}) = \text{SQRT}[(12-9)^2 + (9-14)^2 + (14-15)^2 + (11-6)^2]$<br>$= \text{SQRT}[9 + 25 + 1 + 25] = \text{SQRT}(60) = 7.74$       |
| Karim    | 9, 14, 15, 6    | <b>Admis</b> |  |

# LES RESEAUX DE NEURONES ARTIFICIELS

- **McCulloch et Pitts (1943)** : Naissance du connexionnisme.
- **Rosenblatt (1957)** : Premier modèle opérationnel (Perceptron).
  - RN inspiré du système visuel
  - Apprendre certaines fonctions logiques

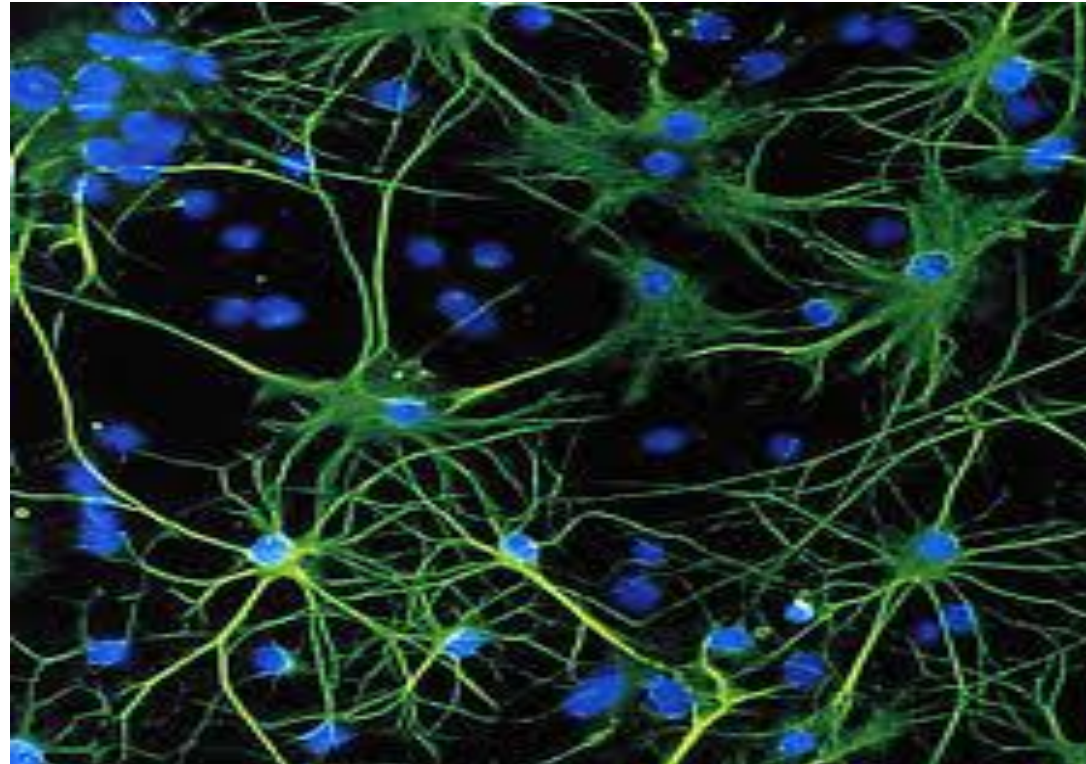


# LES RESEAUX DE NEURONES

## FONDEMENTS BIOLOGIQUES

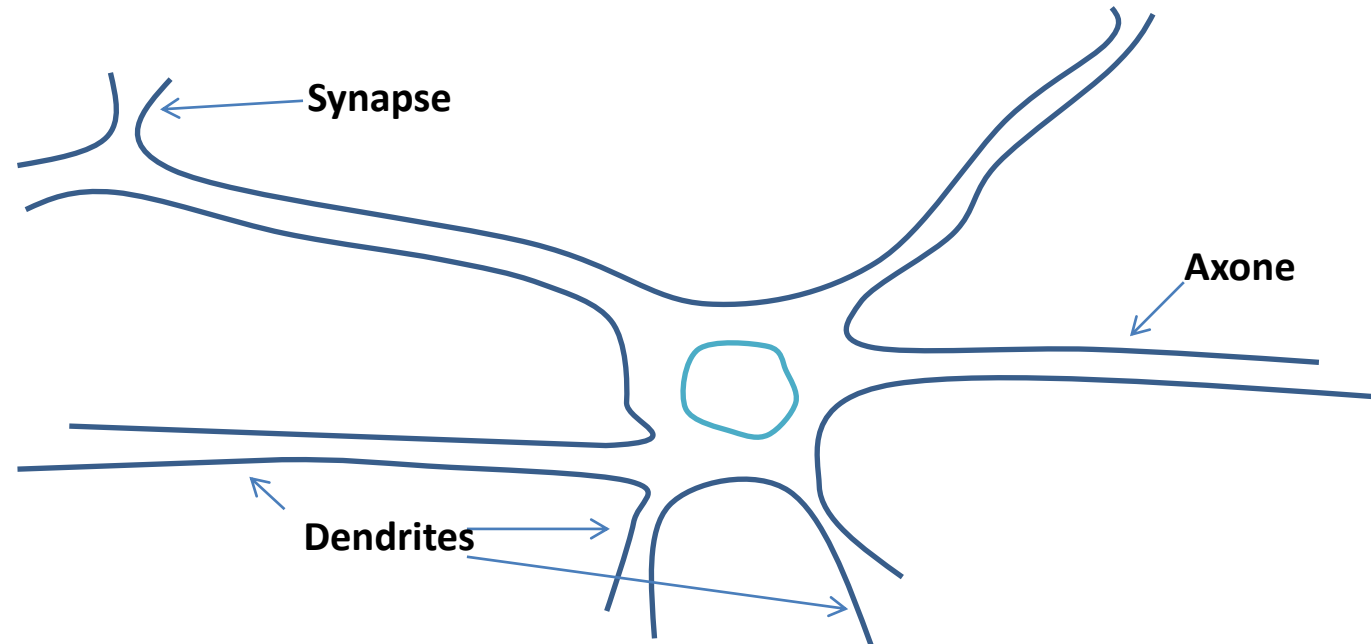
### ■ CERVEAU

- Centre de contrôle de la perception, de la décision et de l'action.
- $10^{13}$  neurones, chacun d'entre eux est connecté en moyenne à 1000 autres neurones.



# LES RESEAUX DE NEURONES

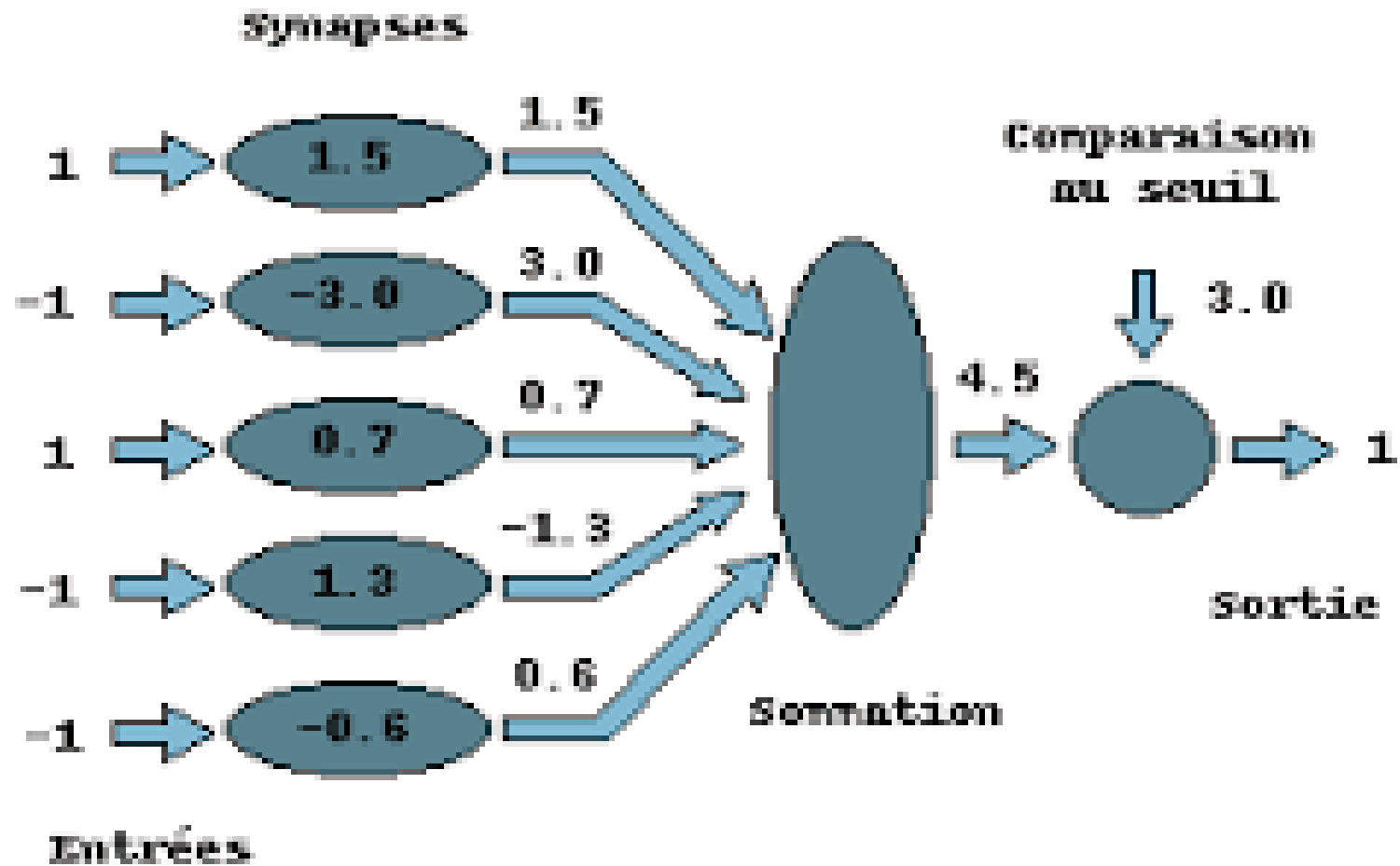
## NEURONE BIOLOGIQUE



- Le neurone reçoit des impulsions (informations) des neurones voisins via les **Dendrites**
- Effectuer une **sommation** de ces impulsions
- Distribution de l'activité calculée aux neurones voisins via l'**Axone**.
- **Synapse** : contact entre fibres nerveuses, rôle quantitatif dans la transmission

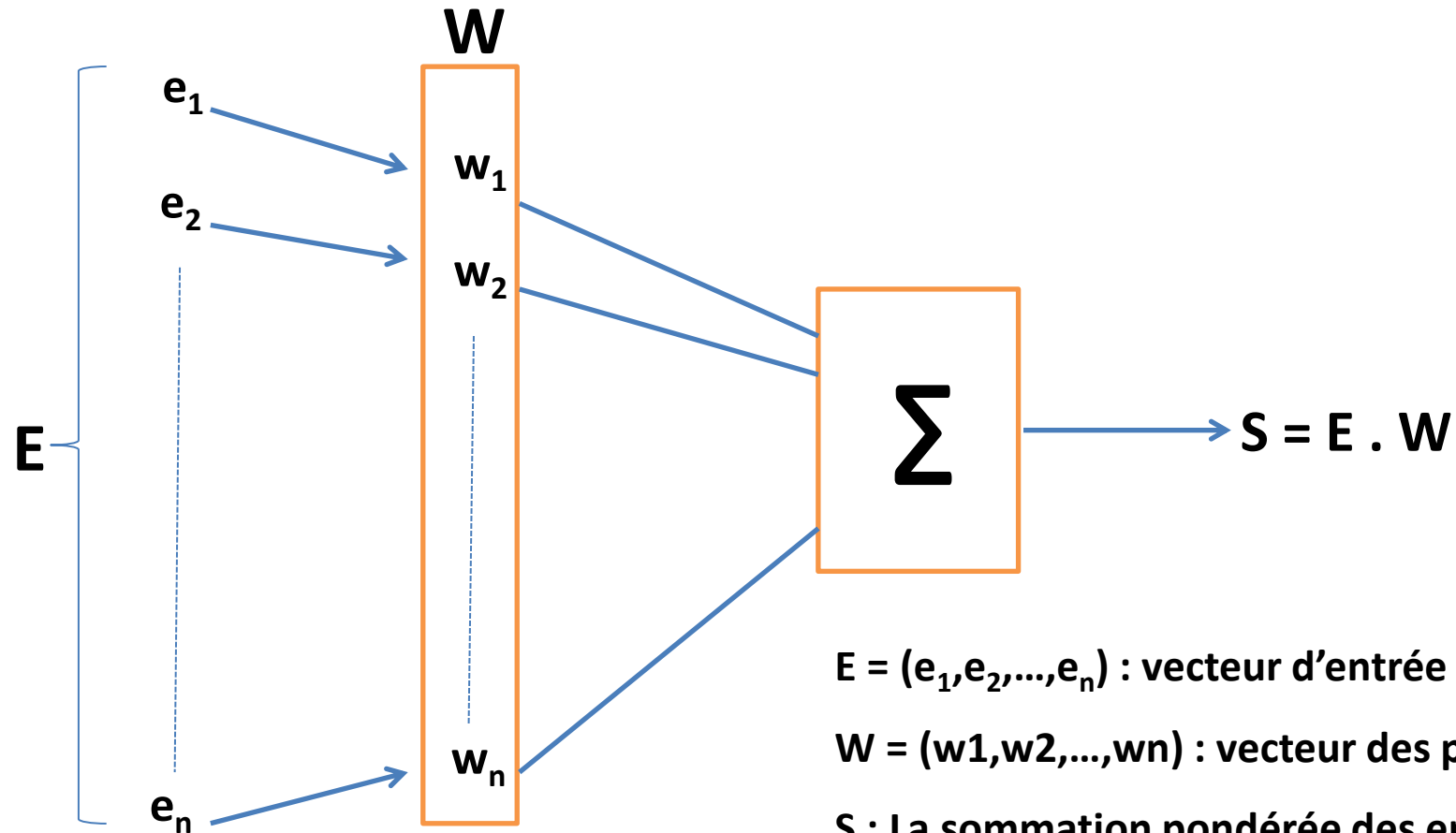
# LES RESEAUX DE NEURONES

## NEURONE ARTIFICIEL



# LES RESEAUX DE NEURONES

## Formalisation : neurone formel



$E = (e_1, e_2, \dots, e_n)$  : vecteur d'entrée du neurone

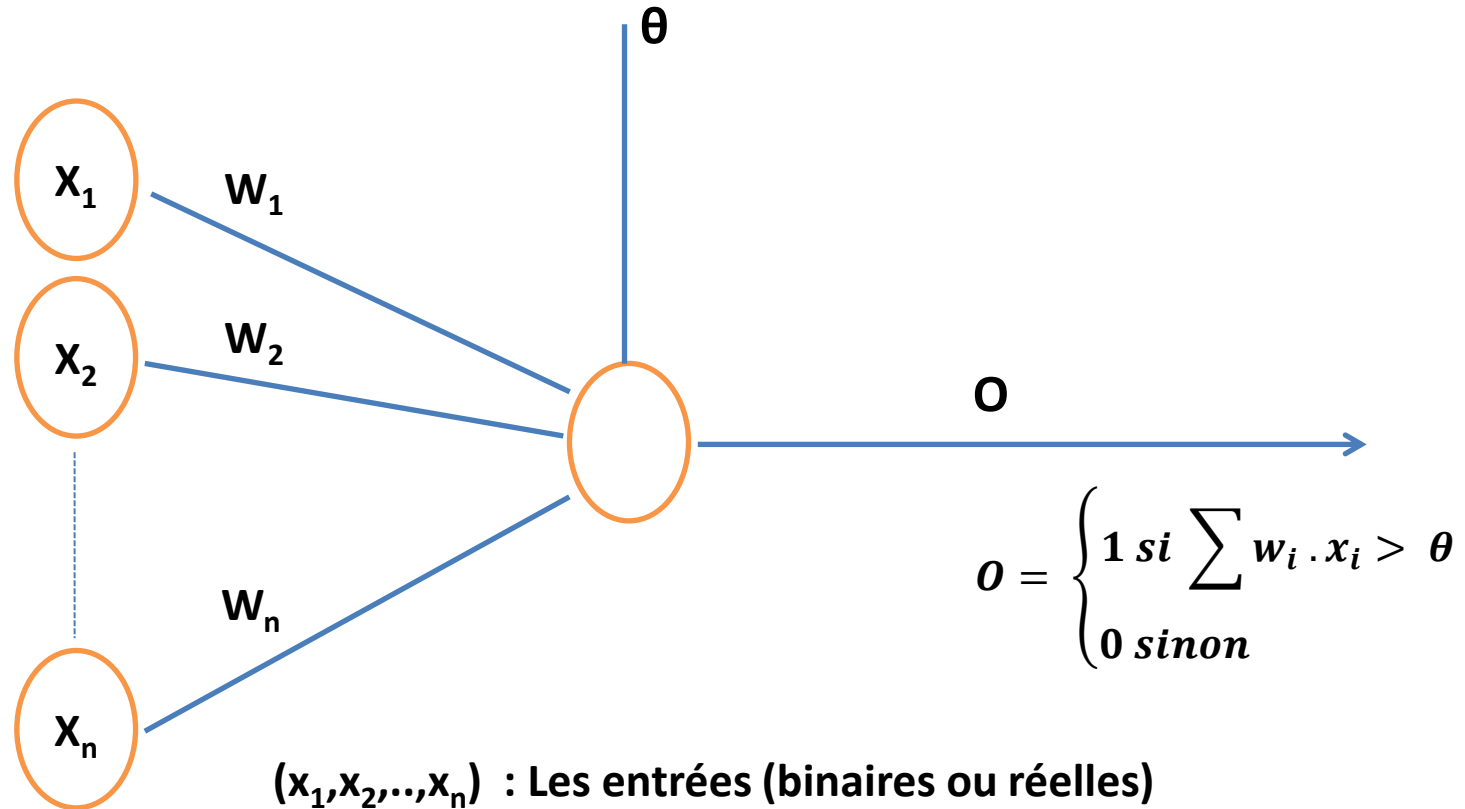
$W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$  : vecteur des poids

$S$  : La sommation pondérée des entrées

$$S = \sum_{i=1}^n e_i \cdot w_i$$

# LES RESEAUX DE NEURONES

## Modèle de perceptron : Schéma de base



$(x_1, x_2, \dots, x_n)$  : Les entrées (binaires ou réelles)

$(w_1, w_2, \dots, w_n)$  : Vecteur des poids (Coefficients synaptiques)

$\theta$  : Seuil (Biais)

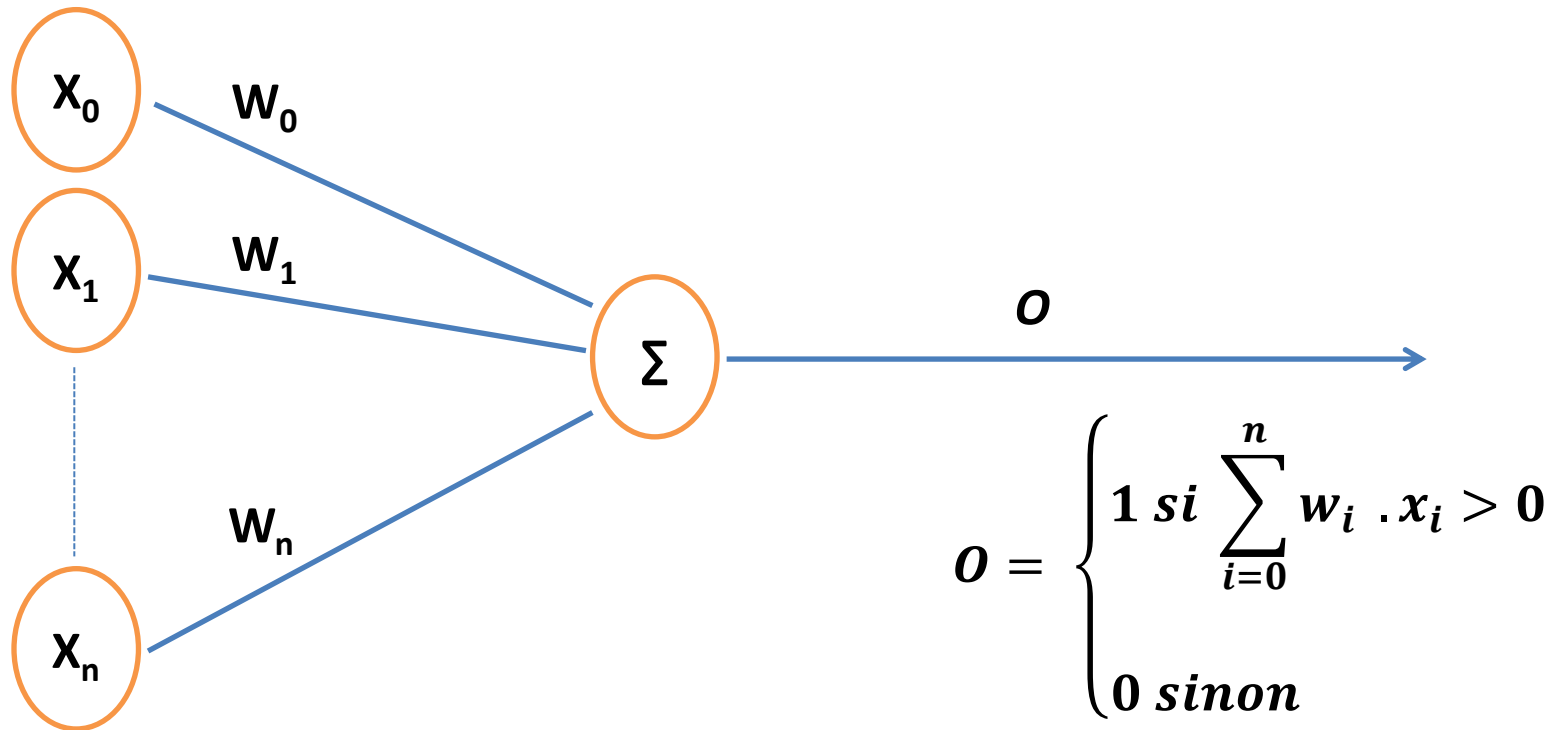
$O$  : Sortie



# LES RESEAUX DE NEURONES

## Modèle de perceptron : Schéma simplifié

Remplacer le seuil  $\theta$  par une entrée supplémentaire  $x_0$  qui prend toujours comme valeur 1, à cette entrée est associé un coefficient  $w_0$



# LES RESEAUX DE NEURONES

## Modèle de perceptron

### ALGORITHME D'APPRENTISSAGE PAR CORRECTION D'ERREUR

Etant donné un échantillon d'apprentissage  $S$  de  $\mathbb{R}^n \times \{0,1\}$  ou bien de  $\{0,1\}^n \times \{0,1\}$

- Un ensemble d'exemples dont les descriptions sont sur  $n$  attributs réels ou binaires et la classe résultat est binaire.
  - Trouver un algorithme qui infère à partir de  $S$ , un échantillon qui classe correctement les éléments de  $S$  en vue de leurs descriptions.

# LES RESEAUX DE NEURONES

## ALGORITHME D'APPRENTISSAGE PAR CORRECTION D'ERREUR

### PROCEDURE

- Initialiser les poids  $\mathbf{W}_i$  du perceptron à des valeurs quelconques.
- A chaque fois qu'on présente un nouvel exemple, on ajuste les poids selon que le perceptron a correctement classé l'exemple ou non.
- Arrêt lorsque tous les exemples ont été présentés sans modification d'aucun poids.

# LES RESEAUX DE NEURONES

## ALGORITHME D'APPRENTISSAGE PAR CORRECTION D'ERREUR

### NOTATION

- On note  $\vec{x}$  une description qui sera un élément de l'échantillon. La  $i^{\text{ème}}$  composante de  $\vec{x}$  sera notée  $x_i$ .
- Un échantillon  $\mathbf{S}$  sera donc un ensemble de couples  $(\vec{x}, \mathbf{c})$  où  $\mathbf{c}$  est la classe de  $\vec{x}$ .
- Notant que :  $x_0=1$  à qui correspond  $w_0$

# LES RESEAUX DE NEURONES

## ALGORITHME D'APPRENTISSAGE PAR CORRECTION D'ERREUR

**Entrée** : un échantillon  $S$  de  $\mathbb{R}^n \times \{0,1\}$  ou bien de  $\{0,1\}^n \times \{0,1\}$

### Début

- Initialisation aléatoire des poids  $w_i$  ( $w_0, w_1, \dots, w_n$ ).

### Répéter

-Prendre un exemple  $(\vec{x}, \mathbf{c})$  de  $S$

-Calculer la sortie  $\mathbf{O}$  du perceptron pour l'entrée  $\mathbf{x}$

-Mise à jour des poids (Ajustement)

Pour  $i := 0$  jusqu'à  $n$

Faire

$$w_i \leftarrow w_i + (c - o) \times x_i$$

Fait

**Fin\_Répéter**

**Fin**

# LES RESEAUX DE NEURONES

## Modèle de perceptron : Exemple 1

- On souhaite construire un perceptron qui calcule le ET logique en utilisant un algorithme d'apprentissage par correction d'erreur.
- Nous avons comme échantillon  $S=\{(00,0),(01,0),(10,0),(11,1)\}$ .
- Les poids initiaux sont : -1, 1, 1.
- Critère d'arrêt : présentation de tous les exemples de l'échantillon.
- Reproduire la trace d'exécution de l'algorithme dans un tableau :

# LES RESEAUX DE NEURONES

## Modèle de perceptron : Exemple 1

Sachant que :  $O = \begin{cases} 1 & \text{si } \sum_{i=0}^n w_i \cdot x_i > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$  et  $w_i := w_i + (C-O) \cdot x_i$

| Etape | $W_0$ | $W_1$ | $W_2$ | $X_0$ | $X_1$ | $X_2$ | $\sum w_i \cdot x_i$ | O | C | $W_0$ | $W_1$ | $W_2$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------------|---|---|-------|-------|-------|
| 1     | -1    | 1     | 1     | 1     | 0     | 0     | -1                   | 0 | 0 | -1    | 1     | 1     |
| 2     | -1    | 1     | 1     | 1     | 0     | 1     | 0                    | 0 | 0 | -1    | 1     | 1     |
| 3     | -1    | 1     | 1     | 1     | 1     | 0     | 0                    | 0 | 0 | -1    | 1     | 1     |
| 4     | -1    | 1     | 1     | 1     | 1     | 1     | 1                    | 1 | 1 | -1    | 1     | 1     |

On remarque une stabilisation des poids dès la première itération. On dit alors que le perceptron a pu apprendre le calcul du ET logique.

# LES RESEAUX DE NEURONES

## Modèle de perceptron : Exemple 2

On souhaite construire un perceptron qui calcule le **XOR** en utilisant un algorithme d'apprentissage par correction d'erreur.

Les poids ( $w_i$ ) initiaux sont : -1, 1, 1.

Critère d'arrêt : présentation de tous les exemples de l'échantillon.

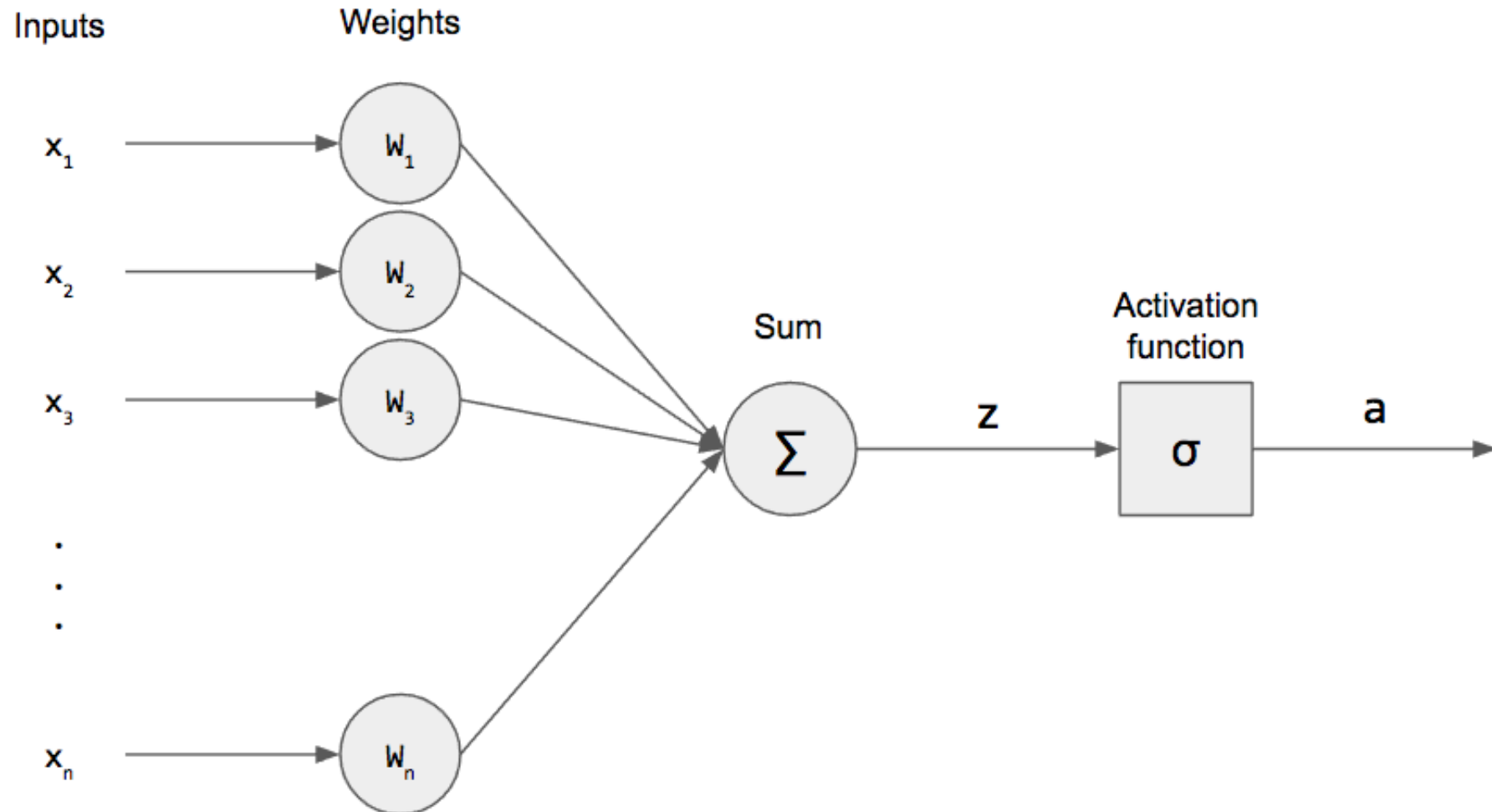
$$O = \begin{cases} 1 & \text{si } \sum_{i=0}^n w_i \cdot x_i > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et} \quad w_i := w_i + (C - O) \cdot x_i$$

- Donner la structure de l'échantillon d'entrée (les couples (entrée, sortie))
- Reproduire la trace d'exécution de l'algorithme dans un tableau
- Que peut-on déduire ?



# LES RESEAUX DE NEURONES

## Perceptron simple

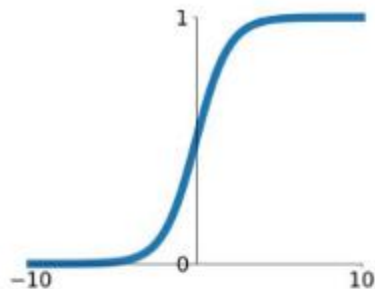


# LES RESEAUX DE NEURONES

## Fonctions d'activation

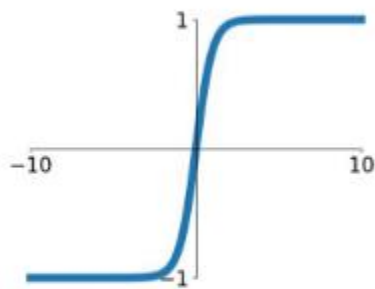
### Sigmoid

$$\sigma(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$$



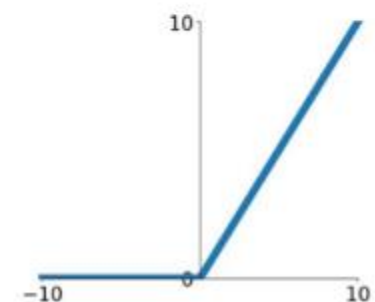
### tanh

$$\tanh(x)$$



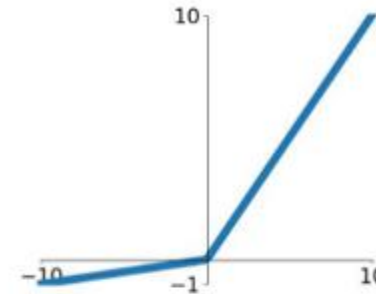
### ReLU

$$\max(0, x)$$



### Leaky ReLU

$$\max(0.1x, x)$$

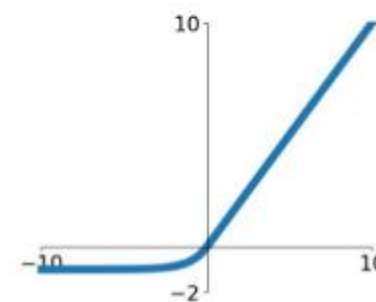


### Maxout

$$\max(w_1^T x + b_1, w_2^T x + b_2)$$

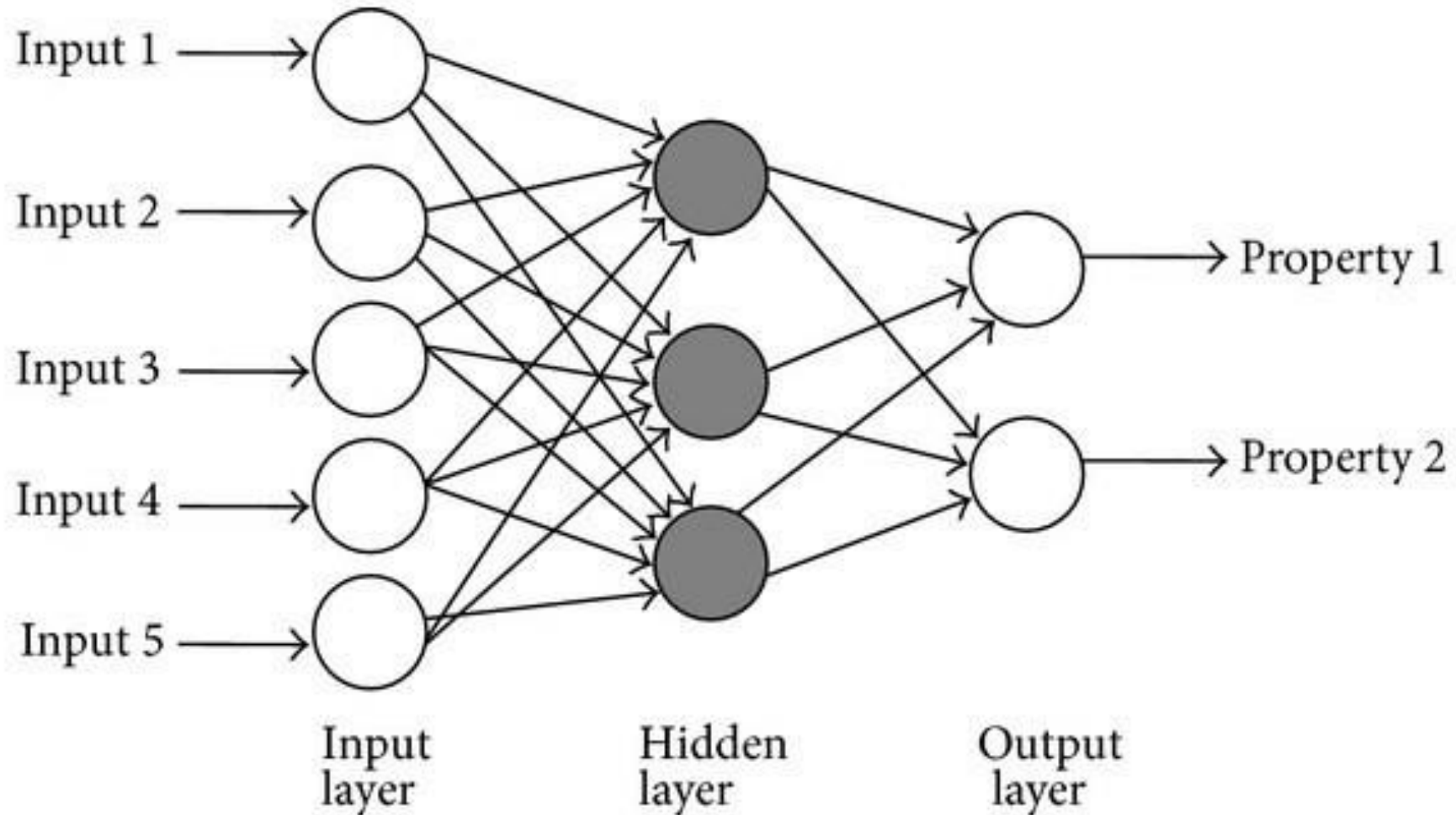
### ELU

$$\begin{cases} x & x \geq 0 \\ \alpha(e^x - 1) & x < 0 \end{cases}$$



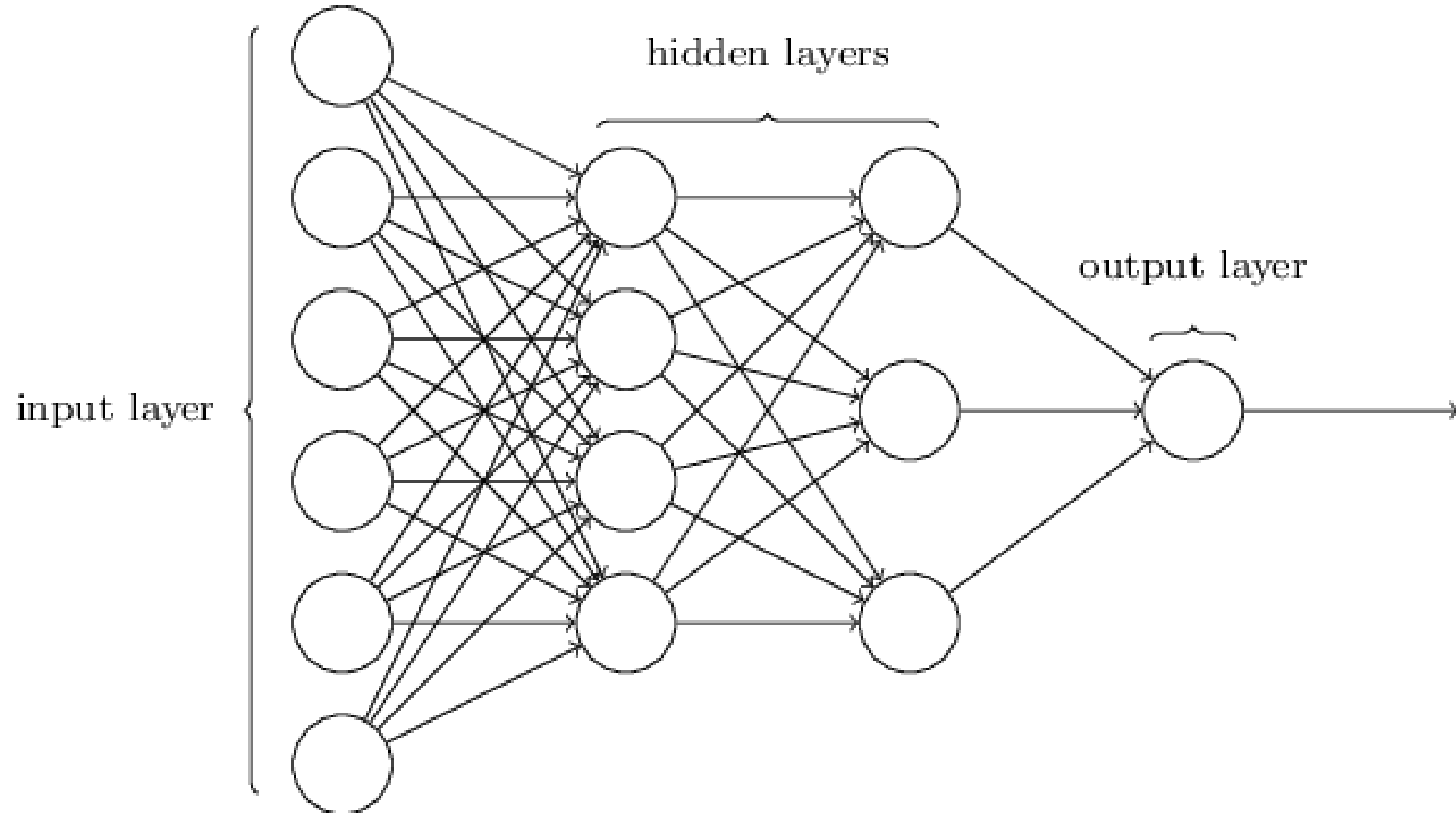
# LES RESEAUX DE NEURONES

## Perceptron (à couche cachée)



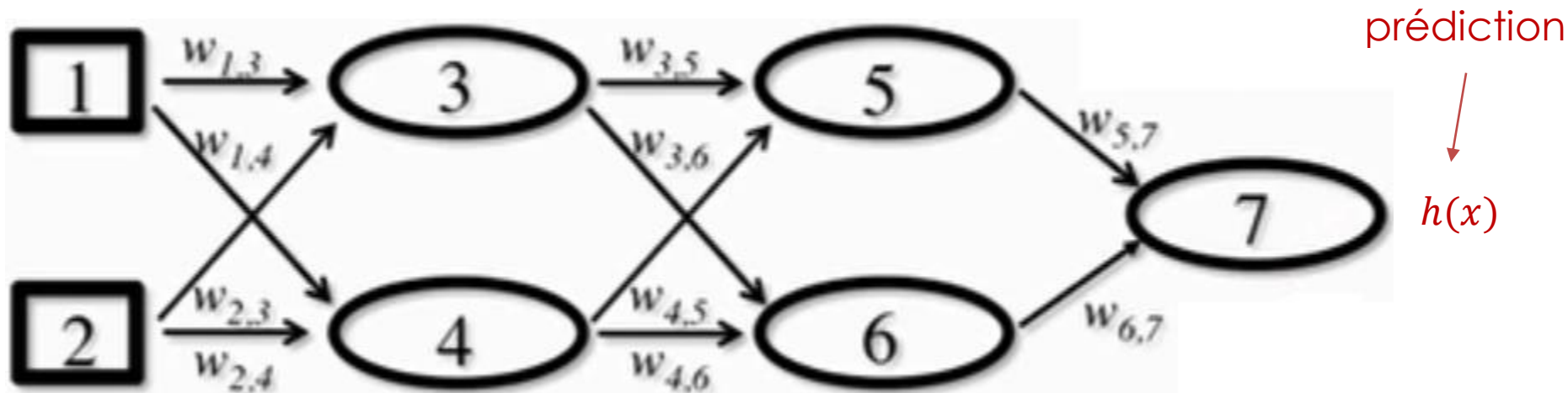
# LES RESEAUX DE NEURONES

## Perceptron multicouches



# LES RESEAUX DE NEURONES

## Algorithme d'apprentissage par rétropropagation

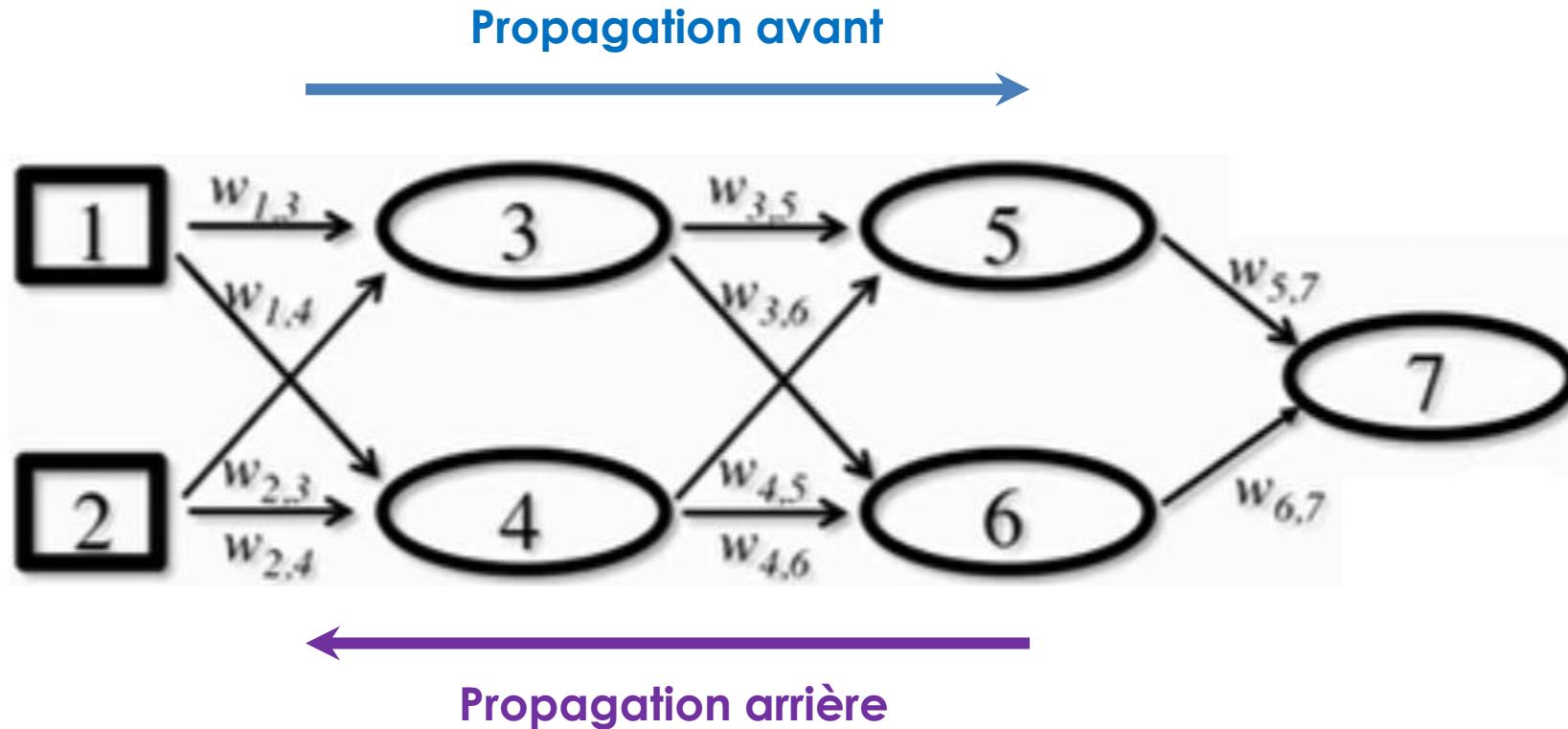


On note :

- $a_j$  l'activité du neurone  $j$
- $in_j$  l'activité du neurone avant l'application de la fonction d'activation
  - $a_j = \sigma(in_j) = \sigma(\sum_i w_{i,j} a_i)$
- $h(x)$  la prédiction

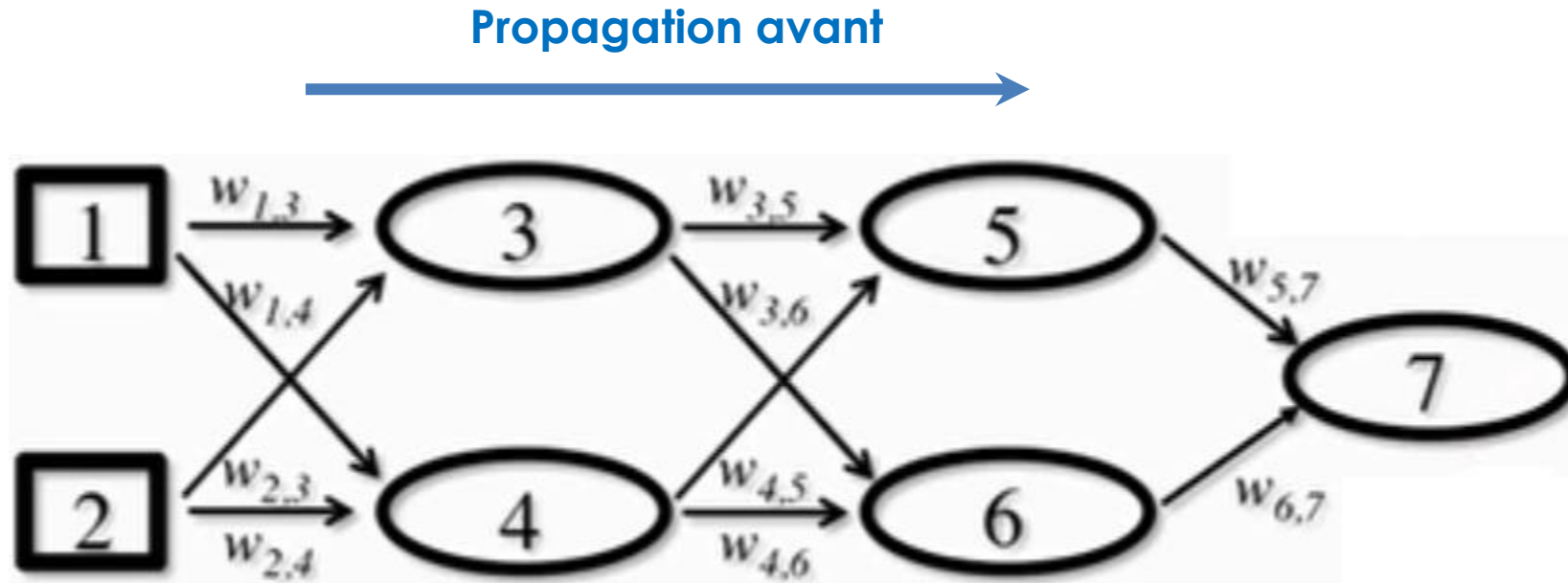
# LES RESEAUX DE NEURONES

## Algorithme d'apprentissage par rétropropagation



# LES RESEAUX DE NEURONES

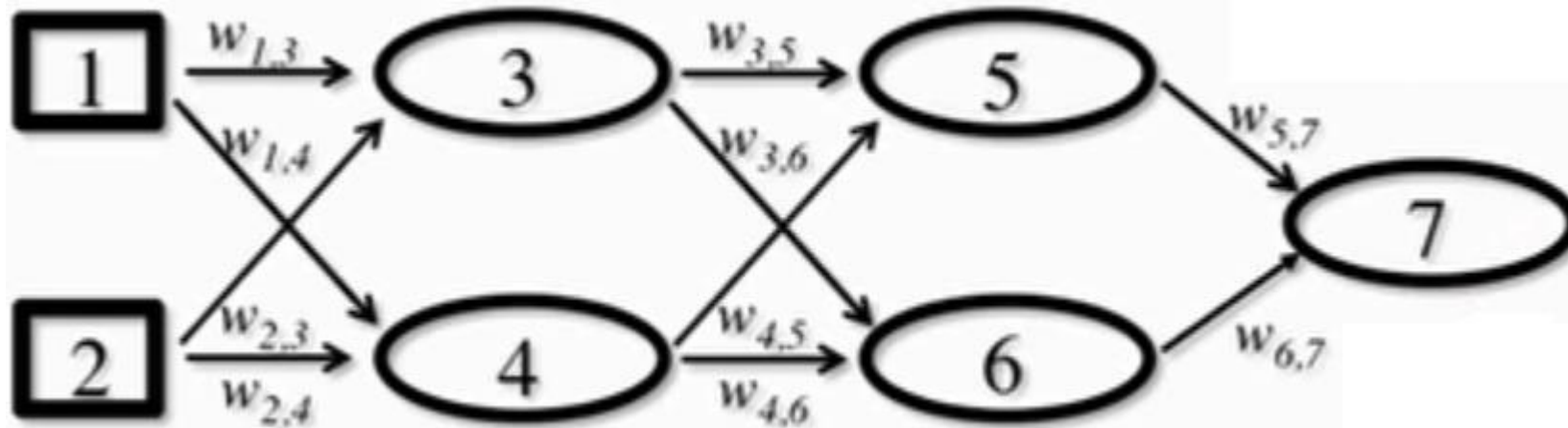
## Algorithme d'apprentissage par rétropropagation



$$a_k = \sigma(\sum_j w_{j,k} a_j)$$

# LES RESEAUX DE NEURONES

Algorithme d'apprentissage par rétropropagation  
Mise à jour des poids



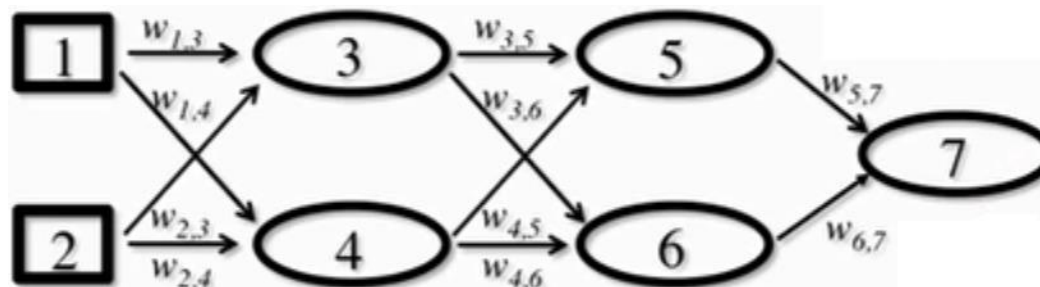
$$w_{i,j} = w_{i,j} - \alpha \frac{\partial}{\partial w_{i,j}} \text{Loss}(y_t, h_w(x_t))$$

- $\alpha$  : taux d'apprentissage
- $\text{Loss}$  : taux de perte associée à la prédiction courante



# LES RESEAUX DE NEURONES

Algorithme d'apprentissage par rétropropagation  
Mise à jour des poids (simplification)



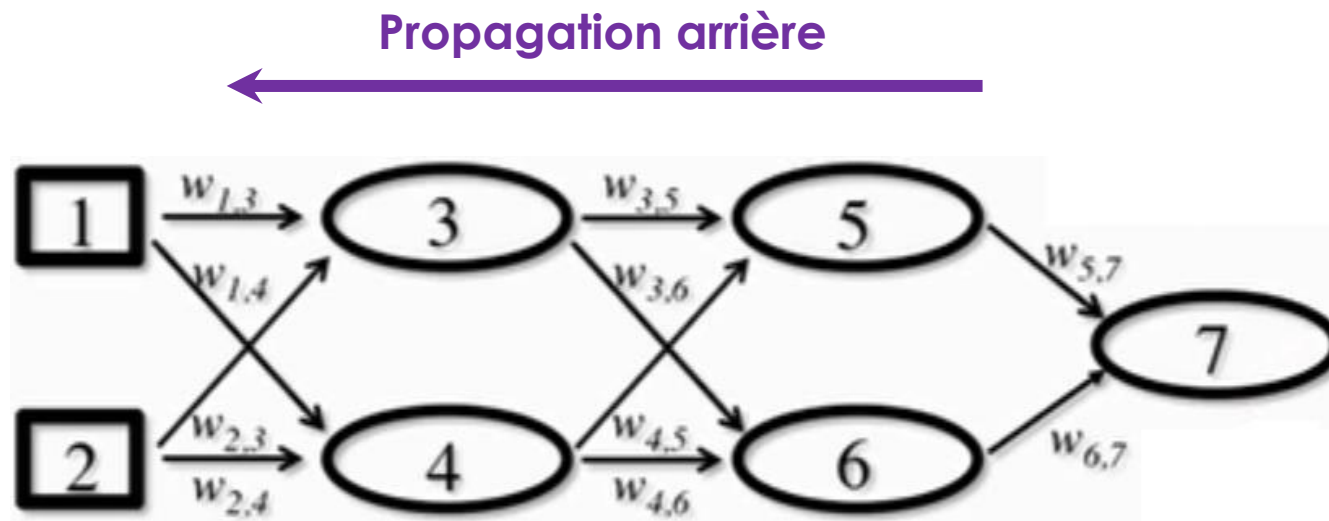
$$w_{i,j} = w_{i,j} - \underbrace{\alpha \frac{\partial}{\partial in_j} Loss(y_t, h_w(x_t))}_{-\Delta[j]} \underbrace{\frac{\partial}{\partial w_{i,j}} in_j}_{a_i}$$

➤ Réécriture de la règle de mise à jour :

$$w_{i,j} = w_{i,j} + \alpha a_i \Delta[j]$$

# LES RESEAUX DE NEURONES

Algorithme d'apprentissage par rétropropagation  
Mise à jour des poids (simplification)



➤ Simplification de  $\Delta[j]$ :

$$\Delta[j] = \sigma(in_j)(1 - \sigma(in_j)) \sum_k w_{j,k} \Delta[k]$$

**function** BACK-PROP-LEARNING(*examples*, *network*) **returns** a neural network  
**inputs:** *examples*, a set of examples, each with input vector  $\mathbf{x}$  and output vector  $\mathbf{y}$   
*network*, a multilayer network with  $L$  layers, weights  $w_{i,j}$ , activation function  $g$   
**local variables:**  $\Delta$ , a vector of errors, indexed by network node

**for each weight**  $w_{i,j}$  **in** *network* **do**

$w_{i,j} \leftarrow$  a small random number

**repeat**

**for each example**  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  **in** *examples* **do**

*/ \* Propagate the inputs forward to compute the outputs \* /*

**for each node**  $i$  **in the input layer** **do**

$a_i \leftarrow x_i$

**for**  $\ell = 2$  **to**  $L$  **do**

**for each node**  $j$  **in layer**  $\ell$  **do**

$in_j \leftarrow \sum_i w_{i,j} a_i$

$a_j \leftarrow g(in_j)$

*/ \* Propagate deltas backward from output layer to input layer \* /*

**for each node**  $j$  **in the output layer** **do**

$\Delta[j] \leftarrow y_j - a_j \quad (= -\partial Loss / \partial in_j)$

**for**  $\ell = L - 1$  **to**  $1$  **do**

**for each node**  $i$  **in layer**  $\ell$  **do**

$\Delta[i] \leftarrow g'(in_i) \sum_j w_{i,j} \Delta[j]$

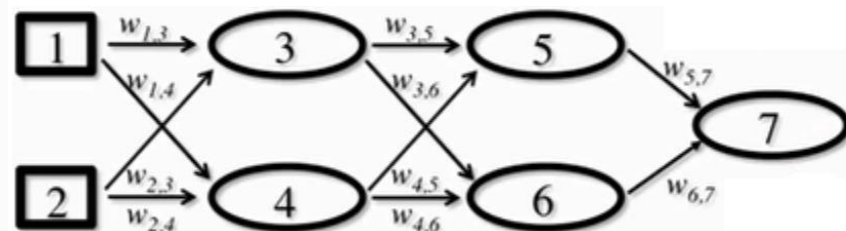
*/ \* Update every weight in network using deltas \* /*

**for each weight**  $w_{i,j}$  **in** *network* **do**

$w_{i,j} \leftarrow w_{i,j} + \alpha \times a_i \times \Delta[j]$

**until** some stopping criterion is satisfied

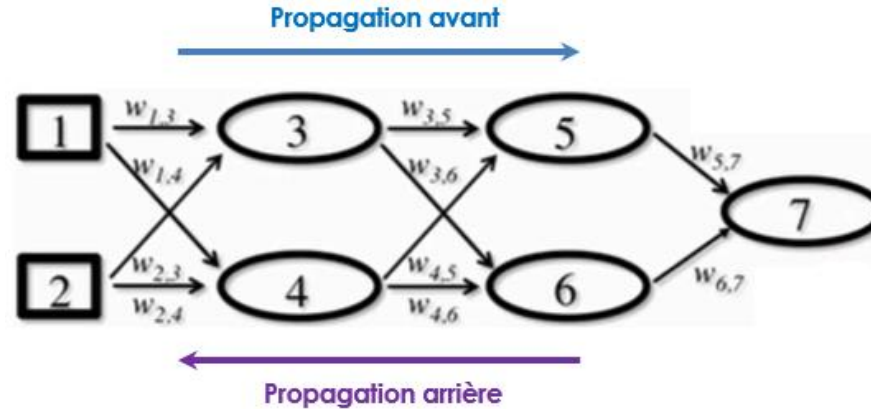
**return** *network*



$g = \text{sigmoid}$

# LES RESEAUX DE NEURONES

## Algorithme d'apprentissage par rétropropagation



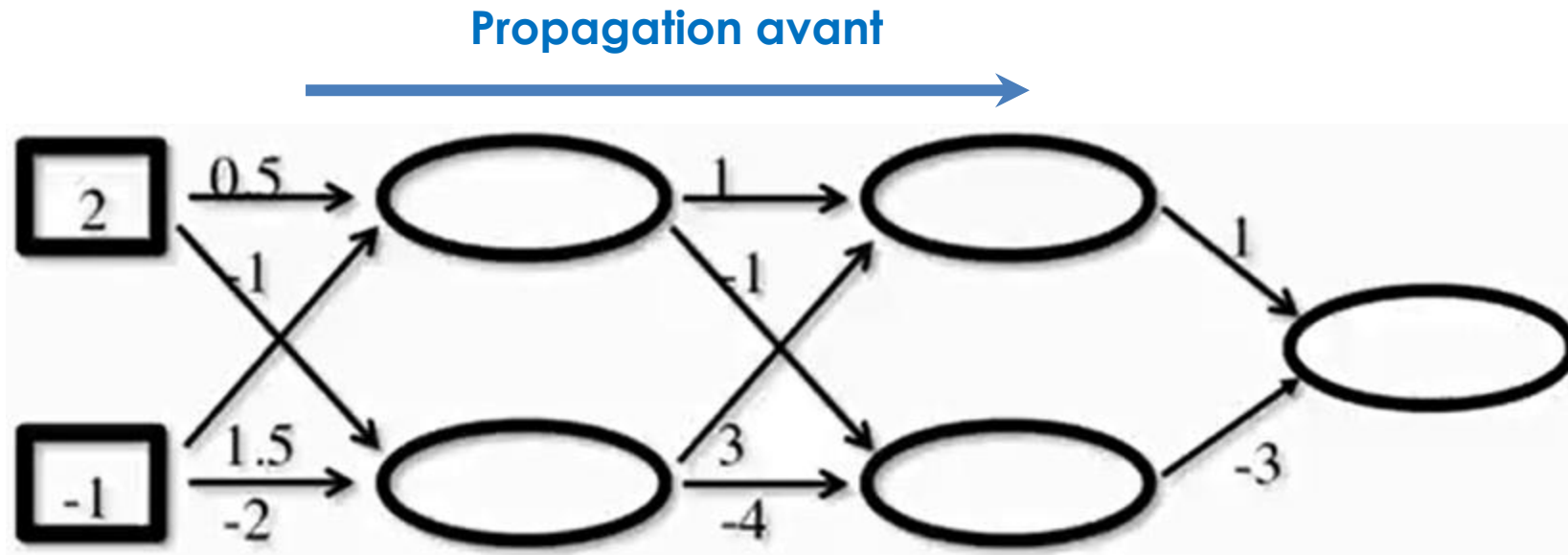
➤ Propagation avant :  $a_k = \sigma(\sum_j w_{j,k} a_j)$

➤ Mise à jour des poids :  $w_{i,j} = w_{i,j} + \alpha a_i \Delta[j]$

➤ Ecart de la perte :  $\Delta[j] = \sigma(in_j)(1 - \sigma(in_j)) \sum_k w_{j,k} \Delta[k]$

# Algorithme d'apprentissage par rétropropagation

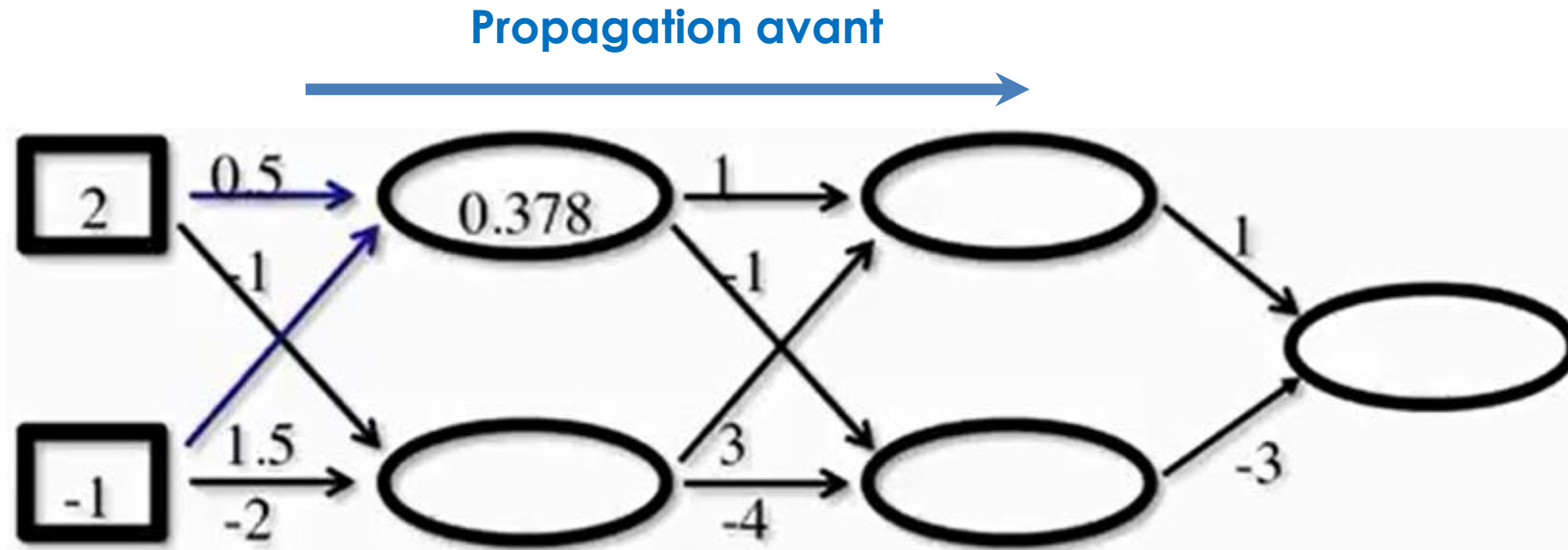
Exemple :  $x = [2, -1]$ ,  $y = 1$ ,  $\alpha = 0.1$



$$a_k = \sigma(\sum_j w_{j,k} a_j)$$

# Algorithme d'apprentissage par rétropropagation

Exemple :  $x = [2, -1]$ ,  $y = 1$ ,  $\alpha = 0.1$

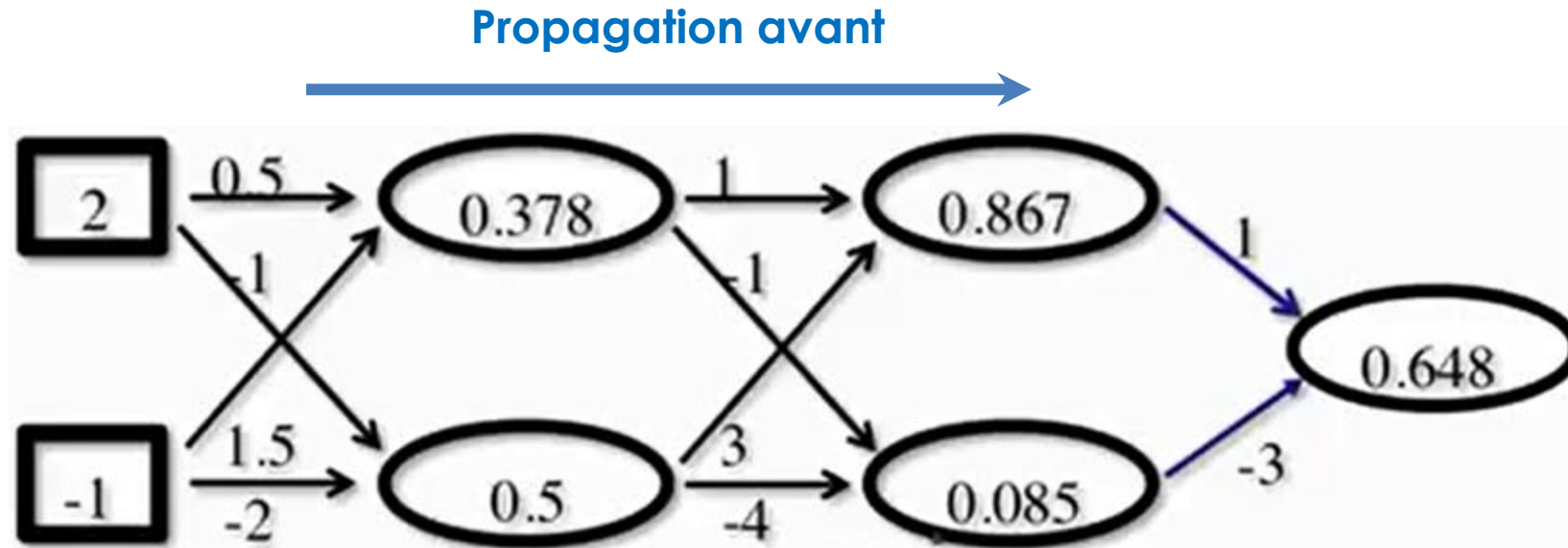


$$a_k = \sigma\left(\sum_j w_{j,k} a_j\right)$$

$$a_3 = \sigma(0.5 \times 2 + 1.5 \times -1) = \sigma(-0.5) = 0.378$$

# Algorithme d'apprentissage par rétropropagation

Exemple :  $x = [2, -1]$ ,  $y = 1$ ,  $\alpha = 0.1$

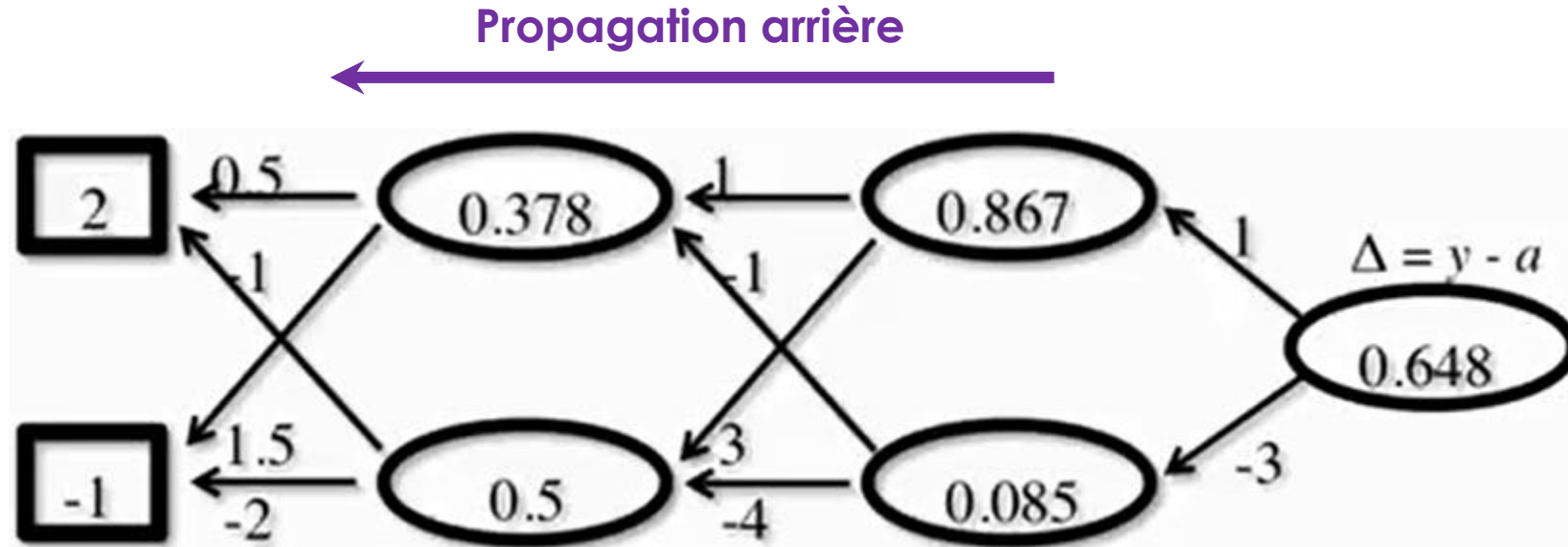


$$a_k = \sigma\left(\sum_j w_{j,k} a_j\right)$$

$$a_7 = \sigma(1 \times 0.867 + (-3) \times 0.085) = \sigma(0.612) = 0.648$$

# Algorithme d'apprentissage par rétropropagation

Exemple :  $x = [2, -1]$ ,  $y = 1$ ,  $\alpha = 0.1$

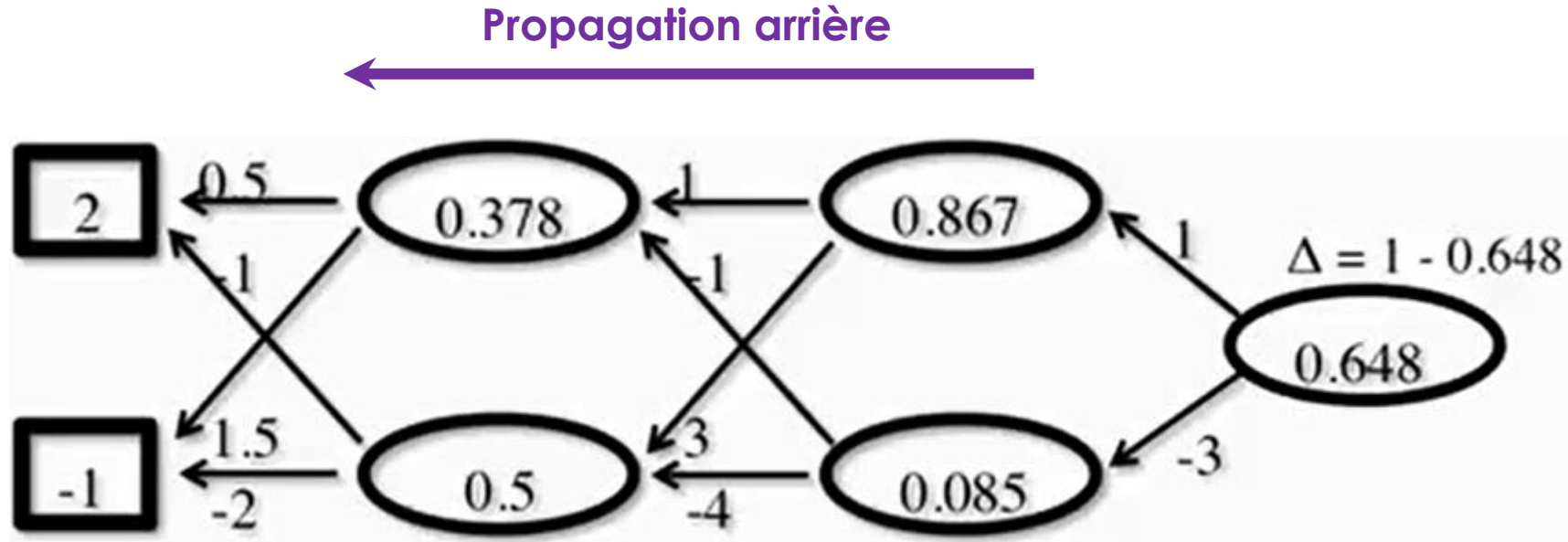


$$\Delta[j] = \sigma(in_j)(1 - \sigma(in_j)) \sum_k w_{j,k} \Delta[k]$$



# Algorithme d'apprentissage par rétropropagation

Exemple :  $x = [2, -1]$ ,  $y = 1$ ,  $\alpha = 0.1$

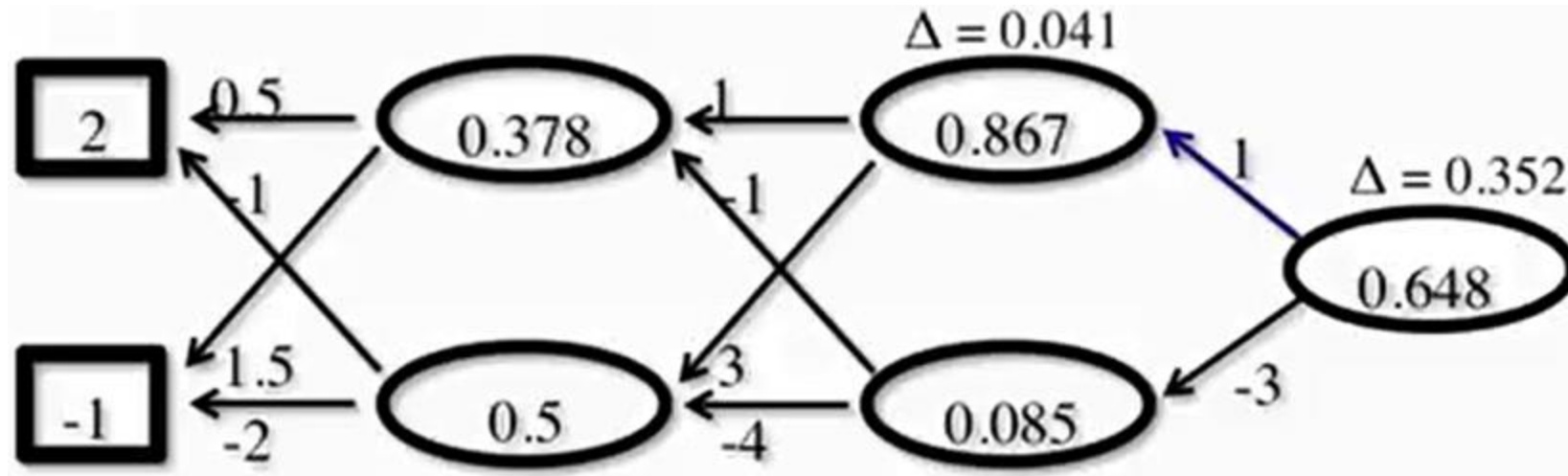


$$\Delta[j] = \sigma(in_j)(1 - \sigma(in_j)) \sum_k w_{j,k} \Delta[k]$$

# Algorithme d'apprentissage par rétropropagation

Exemple :  $x = [2, -1]$ ,  $y = 1$ ,  $\alpha = 0.1$

Propagation arrière



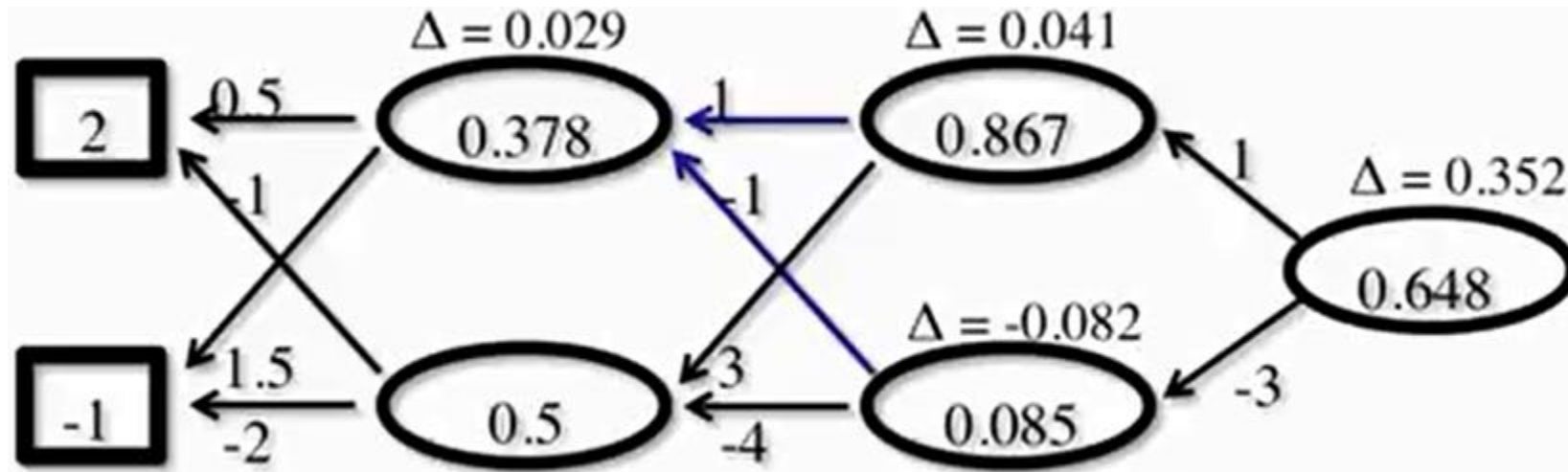
$$\Delta[j] = \sigma(in_j)(1 - \sigma(in_j)) \sum_k w_{j,k} \Delta[k]$$

$$\Delta[5] = 0.867 \times (1 - 0.867) \times 1 \times 0.352 = 0.041$$

# Algorithme d'apprentissage par rétropropagation

Exemple :  $x = [2, -1]$ ,  $y = 1$ ,  $\alpha = 0.1$

Propagation arrière

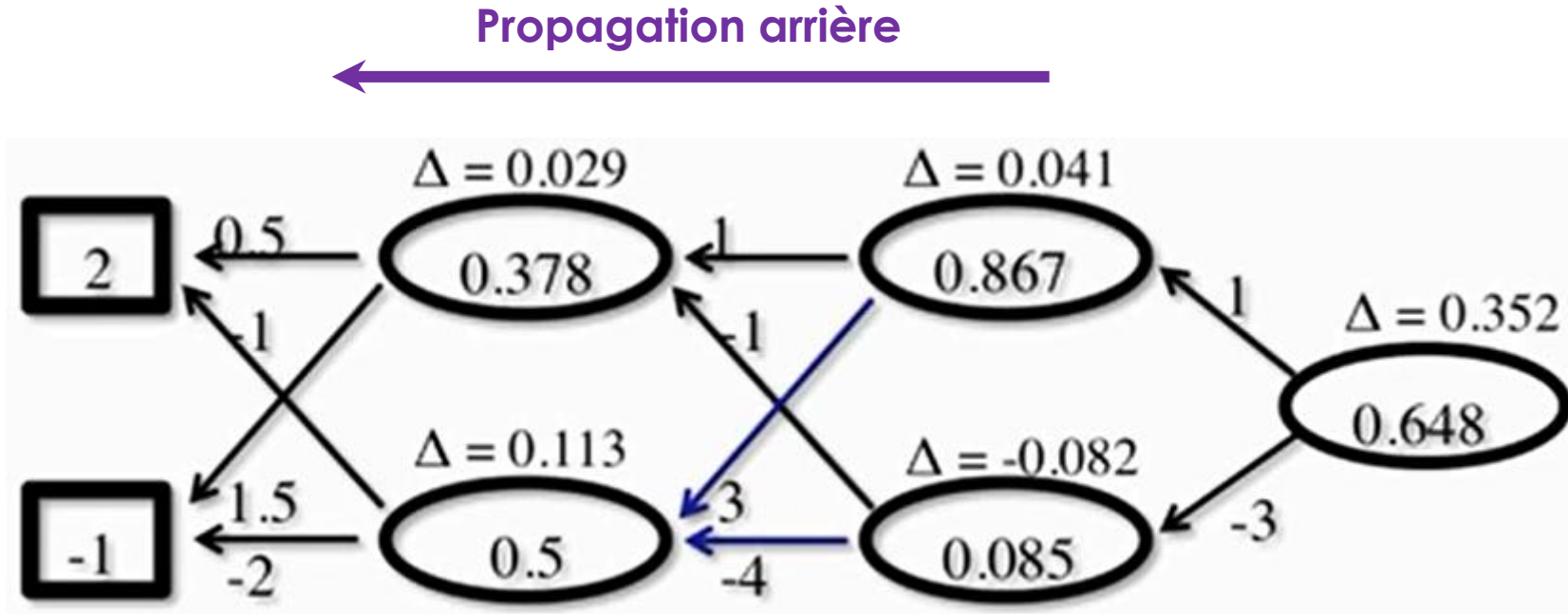


$$\Delta[j] = \sigma(in_j)(1 - \sigma(in_j)) \sum_k w_{j,k} \Delta[k]$$

$$\Delta[3] = 0.378 \times (1 - 0.378) \times (1 \times 0.041 + (-1) \times (-0.082)) = 0.029$$

# Algorithme d'apprentissage par rétropropagation

Exemple :  $x = [2, -1]$ ,  $y = 1$ ,  $\alpha = 0.1$



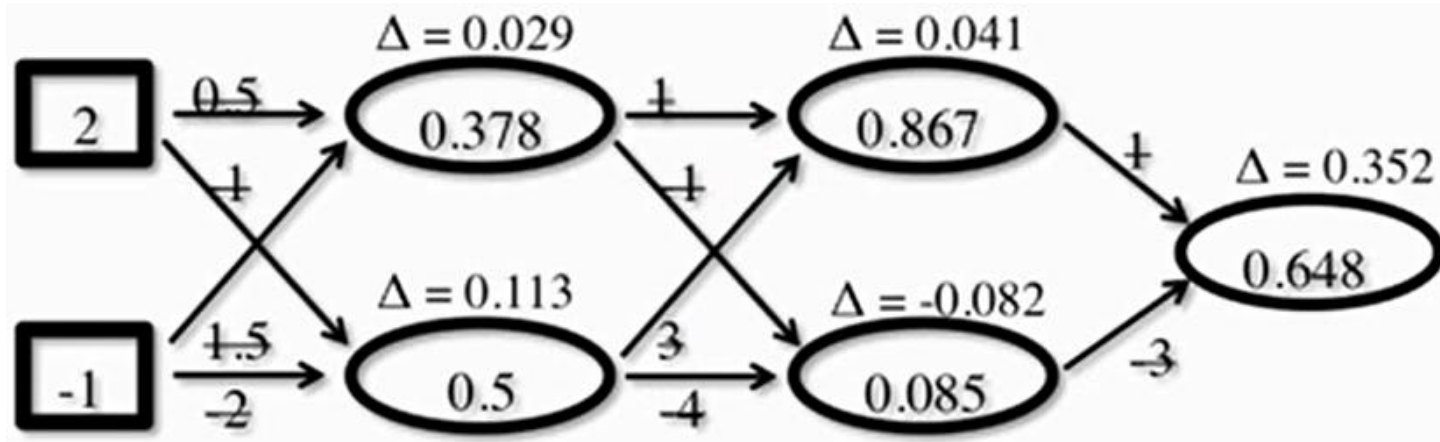
$$\Delta[j] = \sigma(in_j)(1 - \sigma(in_j)) \sum_k w_{j,k} \Delta[k]$$

$$\Delta[4] = 0.5 \times (1 - 0.5) \times (3 \times 0.041 + (-4) \times (-0.082)) = 0.113$$

# Algorithme d'apprentissage par rétropropagation

Exemple :  $x = [2, -1]$ ,  $y = 1$ ,  $\alpha = 0.1$

Mise à jour des poids



$$w_{i,j} = w_{i,j} + \alpha a_i \Delta[j]$$

|   |   |  |
|---|---|--|
| $w_{1,3} \leftarrow 0.5 + 0.1 * 2 * 0.029 = 0.506$  | $w_{3,5} \leftarrow 1 + 0.1 * 0.378 * 0.041 = 1.002$    |  |
| $w_{1,4} \leftarrow -1 + 0.1 * 2 * 0.113 = -0.977$  | $w_{3,6} \leftarrow -1 + 0.1 * 0.378 * -0.082 = -1.003$ | $w_{5,7} \leftarrow 1 + 0.1 * 0.867 * 0.352 = 1.031$   |
| $w_{2,3} \leftarrow 1.5 + 0.1 * -1 * 0.029 = 1.497$ | $w_{4,5} \leftarrow 3 + 0.1 * 0.5 * 0.041 = 3.002$      | $w_{6,7} \leftarrow -3 + 0.1 * 0.085 * 0.352 = -2.997$ |
| $w_{2,4} \leftarrow -2 + 0.1 * -1 * 0.113 = -2.011$ | $w_{4,6} \leftarrow -4 + 0.1 * 0.5 * -0.082 = -4.004$   |  |

A mostly complete chart of

# Neural Networks

©2016 Fjodor van Veen - asimovinstitute.org

- Backfed Input Cell
- Input Cell
- Noisy Input Cell
- Hidden Cell
- Probablistic Hidden Cell
- Spiking Hidden Cell
- Output Cell
- Match Input Output Cell
- Recurrent Cell
- Memory Cell
- Different Memory Cell
- Kernel
- Convolution or Pool

Perceptron (P)



Feed Forward (FF)



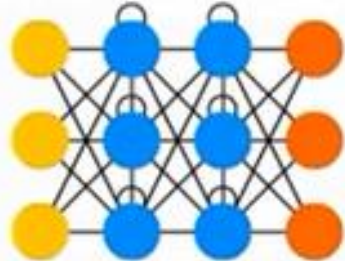
Radial Basis Network (RBF)



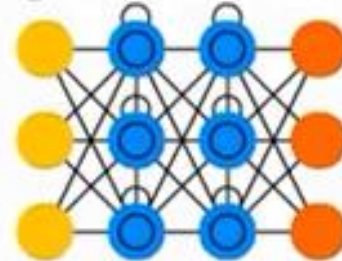
Deep Feed Forward (DFF)



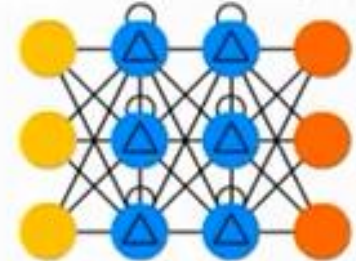
Recurrent Neural Network (RNN)



Long / Short Term Memory (LSTM)



Gated Recurrent Unit (GRU)



Auto Encoder (AE)



Variational AE (VAE)



Denosing AE (DAE)



Sparse AE (SAE)

