

المحور الثاني: عائد ومخاطرة المحفظة المالية.

2- **عائد ومخاطرة المحفظة المالية:** يعتقد الطالب أن عائد ومخاطرة المحفظة المالية ما هو إلا متوسط العائد والمخاطرة للأوراق المالية الداخلة فيها، ورغم صحة ذلك بالنسبة لعائد المحفظة الذي يتوقف على مساهمة الأوراق المالية الفردية، إلا أنه غير صحيح بالنسبة لمخاطرة المحفظة، لأنها ترتبط بمدى وطبيعة الإرتباط بين التدفقات النقدية للأوراق المالية الفردية.

تذكير: مخاطرة المحفظة ليست بالضرورة هي المتوسط لمخاطر الأوراق المالية الداخلة فيها.

2-1 **عائد المحفظة المالية:** يعتمد معدل العائد المرجح أو المتوقع من تشكيل محفظة مالية على العائد المتوقع ونسبة الأموال المستثمرة في كل ورقة مالية داخلة فيها، تعطى صيغته كما يلي:

$$R_p = W_1 \times R_1 + W_2 \times R_2$$

حيث أن: R_p : معدل العائد المتوقع للمحفظة، R_1 و R_2 معدل العائد المتوقع للورقة 01 و 02 على التوالي، W_1 و W_2 الوزن النسبي للمبلغ المستثمر في الورقة 01 و 02 على الترتيب.

- مثال 15: يدير مستثمر ما محفظة مالية تتكون من سهمين حسب الجدول الموضح:

الأصول	القيمة السوقية (دج)	معدل العائد المتوقع (R_i)	المخاطر المتوقعة (δ)
السهم A	40.000	0,12	0,04
السهم B	60.000	0,14	0,05

المطلوب: تحديد معدل العائد المتوقع للمحفظة؟.

- **الحل:** بتطبيق صيغة حساب معدل العائد المتوقع للمحفظة المبينة أعلاه فإن:

$$R_p = \sum_{i=1}^n W_i \times R_i = \frac{40.000}{100.000} \times 0,12 + \frac{60.000}{100.000} \times 0,14 = 0,132$$

2-2 **مخاطرة المحفظة المالية:** يتم الإعتماد في قياس مخاطرة المحفظة على التباين، ومن أجل تحديد صيغتها المالية سنبدأ بتحديد صيغة مخاطرة المحفظة المكونة من ورقتين ماليتين، وعليه سنفرض أن W_A : الوزن النسبي للاستثمار في الورقة المالية (A)، W_B : الوزن النسبي للاستثمار في الورقة المالية (B)، δ_A^2 ، δ_B^2 : التباين المتعلق بمعدل عائد الورقة المالية (A) و (B) على التوالي، كما أن معامل التغاير $COV(R_A, R_B)$ لعوائد الورقة المالية (A) و (B). نعلم

أن: $VAR(Y + Z) = E[Y + Z - E(Y + Z)]^2$ ، وإذا ما وضعنا: $Y = W_A R_A$ و $Z = W_B R_B$ فإن:

$$\begin{aligned} VAR(Y + Z) &= E[(W_A R_A + W_B R_B) - E(W_A R_A + W_B R_B)]^2 \\ &= E[W_A R_A - W_A E(R_A) + W_B R_B - W_B E(R_B)]^2 \\ &= E[W_A (R_A - E(R_A)) + W_B (R_B - E(R_B))]^2 \\ &= W_A^2 E[R_A - E(R_A)]^2 + 2W_A W_B E\{[R_A - E(R_A)][R_B - E(R_B)]\} + W_B^2 E[R_B - E(R_B)]^2 \end{aligned}$$

كما نعلم أيضاً أن: $\delta^2 = E[R - E(R)]^2$

إذن تصبح مخاطرة المحفظة المكونة من ورقتين ماليتين كما يلي:

$$\delta_P^2 = W_A^2 \delta_A^2 + 2W_A W_B \delta_{(A,B)} + W_B^2 \delta_B^2$$

حيث أن: $\delta_{(A,B)}$ هو $COV(R_A, R_B)$ ، كما يمكن كتابة مخاطرة المحفظة وفق الصيغة التالية:

$$\delta_P^2 = W_A^2 \delta_A^2 + W_B^2 \delta_B^2 + 2W_A W_B \delta_A \cdot \delta_B r(A,B)$$

حيث أن: $r(A,B)$ يمثل معامل الارتباط بين الورقتين الماليتين المحصور بين القيمة - 01 و + 01 الصحيح.

- مثال 16: إعتامادا على معطيات المثال رقم 15 أحسب مقدار مخاطرة المحفظة في حالة:

$$-0,3 = r(A, B)$$

$$-0,6 = r(A, B)$$

$$-0,3 = r(A, B)$$

- الحل: تبلغ مخاطرة المحفظة المكونة من السهمين A و B إذا كان $0,3 = r(A, B)$:

$$\delta_p^2 = (0,4^2 \times 0,04^2) + (0,6^2 \times 0,05^2) + (2 \times 0,4 \times 0,6 \times 0,04 \times 0,05 \times 0,3) = 0,0015$$

أما مخاطرة المحفظة المكونة من السهمين A و B إذا كان $0,6 = r(A, B)$:

$$\delta_p^2 = (0,4^2 \times 0,04^2) + (0,6^2 \times 0,05^2) + (2 \times 0,4 \times 0,6 \times 0,04 \times 0,05 \times 0,6) = 0,0018$$

أما مخاطرة المحفظة المكونة من السهمين A و B إذا كان $0,3 = -r(A, B)$:

$$\delta_p^2 = (0,4^2 \times 0,04^2) + (0,6^2 \times 0,05^2) + (2 \times 0,4 \times 0,6 \times 0,04 \times 0,05 \times (-0,3)) = 0,0009$$

نلاحظ من المثال الأخير أنه كلما تغير معامل الارتباط بين عوائد الأصول الداخلة في المحفظة كلما تغيرت مخاطرة هذه الأخيرة، حيث تزداد مخاطرة المحفظة بزيادة معامل الارتباط حتى تبلغ أقصى مخاطرة لها عندما يكون معامل الارتباط يساوي الواحد الصحيح (+01) (الارتباط تام موجب)، والعكس تصل مخاطرة المحفظة إلى أدنى مستوى لها عندما يكون معامل الارتباط تام سالب (-01).

تذكير: تعتمد مخاطرة المحفظة على كل من الأوزان النسبية ومخاطرة الأصول المكونة لها، إلى جانب معامل الارتباط بين عوائد تلك الأصول، بعبارة أخرى يلزم لحساب مخاطرة المحفظة ضرورة حساب التباين الخاصة بكل أصل وكذا حساب معامل التباين أو معامل الارتباط بين عوائد الأصول.

يمكن الحصول على العديد من النتائج المهمة إنطلاقا من مخاطرة (المقاسة بالتباين) المحفظة المكونة من ورقتين ماليتين، التي يمكن توضيحها في الآتي:

- محفظة مكونة من ورقة مالية خطرة وأخرى عديمة المخاطرة: نفترض بأن المحفظة الحالية تتكون من ورقتين، الورقة (A) عديمة الخطر، والورقة (B) متقلب العائد (خطر)، بالنسبة للورقة A فإن معدل عائدها R_A يساوي معدل العائد الخالي من المخاطرة (r_f) وتباينها: $\delta_A^2 = 0$ ، أما فيما يتعلق بالورقة B فإن معدل عائدها R_B : وتباينها: δ_B^2

يختلف عن الصفر. وعليه يكون معدل العائد المتوقع أو المرجح للمحفظة هو: $R_P = W_A \times r_f + W_B \times R_B$

وباعتبار أن: $W_A + W_B = 1$ ، وعليه فإن معدل العائد المتوقع أو المرجح للمحفظة يصبح:

$$R_P = (1 - W_B) \times r_f + W_B \times R_B$$

أما تباين (مخاطرة) المحفظة فتعطى صيغتها كما يلي: $\delta_P^2 = W_A^2 \delta_A^2 + W_B^2 \delta_B^2 + 2 W_A W_B \delta_A \cdot \delta_B r(A, B)$

وبما أن تباين الورقة المالية (A): $\delta_A^2 = 0$ ، فإن: $\delta_P^2 = W_B^2 \times \delta_B^2$

$$\Rightarrow \delta_P = W_B \times \delta_B$$

$$\Rightarrow W_B = \frac{\delta_P}{\delta_B}$$

وبتعويض قيمة (W_B) الأخيرة في معادلة العائد المتوقع أو المرجح للمحفظة نجد:

$$R_P = r_f + (R_B - r_f) \frac{\delta_P}{\delta_B}$$

إذن:

$$R_P = r_f + \frac{(R_B - r_f)}{\delta_B} \delta_P$$

يعبر المقدار $\left(\frac{R_B - r_f}{\delta_B} \right)$ عن معامل أو نسبة شارب Sharpe للورقة المالية (B)، وتفسر العائد المنتظر التي تضيفه

الورقة المالية (B) المقوم أو المقدر بوحدة مخاطرة (B) أي بالانحراف المعياري ل (δ_B)، فإذا أراد المستثمر تكوين محفظة من أصلين أحدهما خطر والآخر عديم المخاطرة، فإن سيختار الأصل الذي تكون لديه نسبة شارب الأعلى.

- محفظة مكونة من ورقتين ماليتين خطرتين بمعامل الارتباط تام موجب: نعلم أن معدل العائد المتوقع للمحفظة

يكتب كما يلي: $R_P = W_A \times R_A + W_B \times R_B$ ، أما مخاطرة المحفظة فتعطى كالآتي:

$$\delta_P^2 = W_A^2 \delta_A^2 + W_B^2 \delta_B^2 + 2 W_A W_B \delta_A \cdot \delta_B r(A, B)$$

وبما أن $r(A, B) = 1$ فإن مخاطرة المحفظة تصبح كما يلي:

$$\delta_P^2 = W_A^2 \delta_A^2 + W_B^2 \delta_B^2 + 2 W_A W_B \delta_A \cdot \delta_B$$

$$= (W_A \times \delta_A + W_B \times \delta_B)^2$$

$$\Rightarrow \delta_P = W_A \times \delta_A + W_B \times \delta_B$$

وبما أن: $W_A = 1 - W_B$ ، فإن:

$$\delta_P = (1 - W_B) \times \delta_A + W_B \times \delta_B$$

وإذا أراد المستثمر تكوين محفظة عديمة المخاطرة وفق الشروط المبينة أعلاه أي $\delta_P = 0$ فإنه يستلزم:

$$\delta_P = (1 - W_B) \times \delta_A + W_B \times \delta_B = 0 \Rightarrow \begin{cases} W_B = -\frac{\delta_A}{\delta_B - \delta_A} \\ W_A = \frac{\delta_B}{\delta_B - \delta_A} \end{cases}$$

وعليه يصبح الشرط الضروري لتكوين محفظة ذي مخاطرة معدومة مكونة من ورقتين ماليتين خطرتين هو

توزيع المبلغ المستثمر وفق النسب التالية:

$$\begin{cases} W_B = -\frac{\delta_A}{\delta_B - \delta_A} \\ W_A = \frac{\delta_B}{\delta_B - \delta_A} \end{cases}$$

أي شراء الورقة المالية التي يكون تشتتها منخفض (أقل انحراف معياري) ويبيع الورقة المالية التي يكون تشتتها مرتفع بيعا مكشوفاً، وإذا كان السوق في حالة توازن فإن العائد المتوقع للمحفظة يجب أن يكون مساوياً لمعدل العائد الخالي من المخاطرة (r_f) لأن مخاطرة المحفظة تساوي الصفر، وإذا كان السوق في حالة اختلال فهنا يمكن إجراء عمليات تحكيم وتحقيق أرباح.

- محفظة مكونة من ورقتين ماليتين خطرتين بمعامل الارتباط تام سالب: تتشابه هذه الحالة مع الحالة السابقة إلا أن مخاطرة المحفظة تصبح كالتالي:

$$\begin{aligned}\delta_p^2 &= W_A^2 \delta_A^2 + W_B^2 \delta_B^2 - 2 W_A W_B \delta_A \cdot \delta_B \\ &= (W_A \times \delta_A - W_B \times \delta_B)^2 \\ \Rightarrow \delta_p &= W_A \times \delta_A - W_B \times \delta_B\end{aligned}$$

وبما أن: $W_A = 1 - W_B$ ، فإن:

$\delta_p = (1 - W_B) \times \delta_A - W_B \times \delta_B$
وإذا أراد المستثمر تكوين محفظة عديمة المخاطرة وفق الشروط المبينة أعلاه أي $\delta_p = 0$ فإنه يستلزم:

$$\delta_p = (1 - W_B) \times \delta_A - W_B \times \delta_B = 0 \Rightarrow \begin{cases} W_B = \frac{\delta_A}{\delta_B + \delta_A} \\ W_A = \frac{\delta_B}{\delta_B + \delta_A} \end{cases}$$

وعليه يصبح الشرط الضروري لتكوين محفظة ذي مخاطرة معدومة مكونة من ورقتين ماليتين خطرتين هو توزيع المبلغ المستثمر وفق النسب التالية:

$$\begin{cases} W_B = \frac{\delta_A}{\delta_B + \delta_A} \\ W_A = \frac{\delta_B}{\delta_B + \delta_A} \end{cases}$$

بعد تحديد صيغة معدل العائد المتوقع أو المرجح وكذا مخاطرة المحفظة المكونة من ورقتين ماليتين سنحاول الآن تعميم ذلك في محفظة مكونة من (n) ورقة مالية، وعليه فإن معدل العائد المتوقع أو المرجح للمحفظة المكونة من (n) ورقة مالية هو:

$$R_p = \sum_{i=1}^n W_i \times R_i / 0 < W_i < 1, \sum_{i=1}^n W_i = 1$$

حيث أن: R_p : معدل العائد المتوقع للمحفظة، R_i : معدل العائد المتوقع للورقة i ، W_i : الوزن النسبي للمبلغ المستثمر في الورقة i .

أما مخاطرة المحفظة المكونة من (n) ورقة مالية نستطيع كتابتها وفق ثلاثة صيغ هما:

$$\delta_p^2 = \sum_{i=1}^n W_i^2 \delta_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n W_i W_j \delta_{ij}$$

- الصيغة الأولى:

$$\delta_p^2 = \sum_{i=1}^n W_i^2 \delta_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n W_i W_j \delta_{ij}$$

- الصيغة الثانية:

$$\delta_p^2 = \sum_{i=1}^n W_i^2 \delta_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n W_i W_j r_{ij} \delta_i \delta_j$$

- الصيغة الثالثة:

- مثال 17: أكتب صيغة تباين المحفظة المكونة من أربعة أوراق مالية وفق الصيغة الأولى؟.

- الحل: باستخدام الصيغة الأولى: $\delta_p^2 = \sum_{i=1}^n W_i^2 \delta_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n W_i W_j \delta_{ij}$ نستطيع كتابة تباين المحفظة

المكونة من أربعة أوراق مالية كالتالي:

$$\begin{aligned} \delta_p^2 = & W_1^2 \delta_1^2 + W_2^2 \delta_2^2 + W_3^2 \delta_3^2 + W_4^2 \delta_4^2 + W_1 W_2 \delta_{12} + W_1 W_3 \delta_{13} + W_1 W_4 \delta_{14} + W_2 W_1 \delta_{21} \\ & + W_2 W_3 \delta_{23} + W_2 W_4 \delta_{24} + W_3 W_1 \delta_{31} + W_3 W_2 \delta_{32} + W_3 W_4 \delta_{34} + W_4 W_1 \delta_{41} \\ & + W_4 W_2 \delta_{42} + W_4 W_3 \delta_{43} \end{aligned}$$

ويمكن تبسيط صيغة المعادلة الأخيرة كالتالي:

$$\begin{aligned} \delta_p^2 = & W_1^2 \delta_1^2 + W_2^2 \delta_2^2 + W_3^2 \delta_3^2 + W_4^2 \delta_4^2 + 2W_1 W_2 \delta_{12} + 2W_1 W_3 \delta_{13} + 2W_1 W_4 \delta_{14} \\ & + 2W_2 W_3 \delta_{23} + 2W_2 W_4 \delta_{24} + 2W_3 W_4 \delta_{34} \end{aligned}$$

وباستخدام الصيغة الثانية نجد مباشرة الصيغة الأخيرة.

يمكن إستخراج مجموعة من النتائج الهامة انطلاقا من صيغة مخاطرة المحفظة المكونة من (n) ورقة مالية التي

سنشير إليها في الآتي:

- حالة إستقلالية أصول المحفظة المالية: يكون في هذه الحالة معامل التباين بين كل ورقتين ماليتين معدوما

(مساويا للصفر) وبالتالي لا يوجد إرتباط بين عوائد الأوراق المالية المشكلة للمحفظة المالية، بعبارة أخرى $\delta_{ij} = 0$

وبالتالي $r_{ij} = 0$ لكل قيم i و j ، ومن ثم فإن صيغة مخاطرة المحفظة المكونة من (n) ورقة مالية تعطى كالتالي:

$$\delta_p^2 = \sum_{i=1}^n W_i^2 \delta_i^2$$

أي أنه كلما تنوعت مكونات المحفظة (يقصد هنا زيادة عدد الأوراق المالية أو تعددها) يصبح المقدار W_i^2

ضعيفا (صغيرا جدا) لجميع قيم i ما يعني أن مخاطرة المحفظة المكونة من (n) ورقة مالية تقترب من الصفر.

نستنتج أنه في حالة إهمال معامل الإرتباط بين عوائد الأوراق المالية الداخلة في المحفظة أو ما يعرف بالتنوع الساذج

يكفي زيادة عدد الأوراق المالية من أجل تخفيض المخاطرة الكلية للمحفظة حتى تقترب للصفر، ولتبيين ذلك نفرض

أن المبالغ المستثمرة في كل ورقة مالية هي متساوية، تصبح صيغة مخاطرة المحفظة المكونة من (n) ورقة مالية تعطى

كالتالي:

$$\begin{aligned} \delta_p^2 = & \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n}\right)^2 \delta_i^2 = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \delta_i^2 \\ \delta_p^2 = & \frac{\overline{\delta_i^2}}{n} \end{aligned}$$

وبالتالي لما يؤول (n) إلى ما لا نهاية تؤول مخاطرة المحفظة المكونة من (n) ورقة مالية إلى الصفر، أي:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \delta_p^2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\overline{\delta_i^2}}{n} = 0$$

تذكير: تأخذ المحفظة المالية بمبدأ التنوع الذي يعني توزيع رأس المال المستثمر على العديد من الأصول الإستثمارية من أجل التقليل من المخاطر، نجد أن جوهر التنوع هو التقليل في المخاطرة، لذا يمكن

تعريفه بأنه إستراتيجية تهدف لتخفيض خطر المحفظة دون التضحية بالعائد من خلال الاستثمار في عدة أصول مالية ذات خصائص معينة، ويمكن تقسيم التنوع إلى:

- التنوع البسيط (السادج): يقصد به زيادة ورقة مالية أو مجموعة من الأوراق المالية بشكل عشوائي، أي يقوم على فكرة أساسية أي أنه كلما زاد تنوع الاستثمارات التي تتضمنها المحفظة انخفضت المخاطر التي تتعرض لها عوائدها.

- تنوع ماركوفيتز: يختلف هذا النوع من التنوع عن سابقه بكونه يقوم على أساس تقدير العائد والمخاطرة للأوراق المالية التي تدخل ضمن المحفظة الاستثمارية وكذا معامل الارتباط، الذي يقيس طبيعة تحرك عوائد الأوراق المالية المختلفة، أي مقدار واتجاه تحرك عائد كل ورقة وعلاقتها بالأوراق الأخرى.

- حالة عدم إستقلالية أصول المحفظة المالية: يكون في هذه الحالة معامل التغير بين كل ورقتين ماليتين غير معدوم (لا يساوي الصفر) وبالتالي يوجد إرتباط بين عوائد الأوراق المالية المشكلة للمحفظة المالية، بعبارة أخرى $\delta_{ij} \neq 0$ وبالتالي $r_{ij} \neq 0$ لكل قيم i و j ، وإذا فرضنا استثمار مبلغ متساوي في كل ورقة من أوراقها يمكن في هذه الحالة التعبير عن مخاطرة المحفظة المكونة من (n) ورقة مالية وفق ما يأتي:

$$\delta_p^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n}\right)^2 \delta_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{1}{n}\right) \delta_{ij}$$

وإذا علمنا أن حدود المقدار $\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{1}{n}\right) \delta_{ij}$ هو $n(n-1)$ فإن:

$$\bar{\delta}_{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\delta_{ij}}{n(n-1)}$$

وعليه يمكن كتابة معادلة المحفظة المكونة من (n) ورقة مالية في حالة استثمار مبلغ متساوي في كل ورقة من أوراقها:

$$\delta_p^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \delta_i^2 + \frac{(n-1)}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\delta_{ij}}{n(n-1)}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \delta_p^2 &= \frac{\bar{\delta}_i^2}{n} + \frac{(n-1)}{n} \bar{\delta}_{ij} \\ &= \frac{\bar{\delta}_i^2}{n} + \left(1 - \frac{1}{n}\right) \bar{\delta}_{ij} \end{aligned}$$

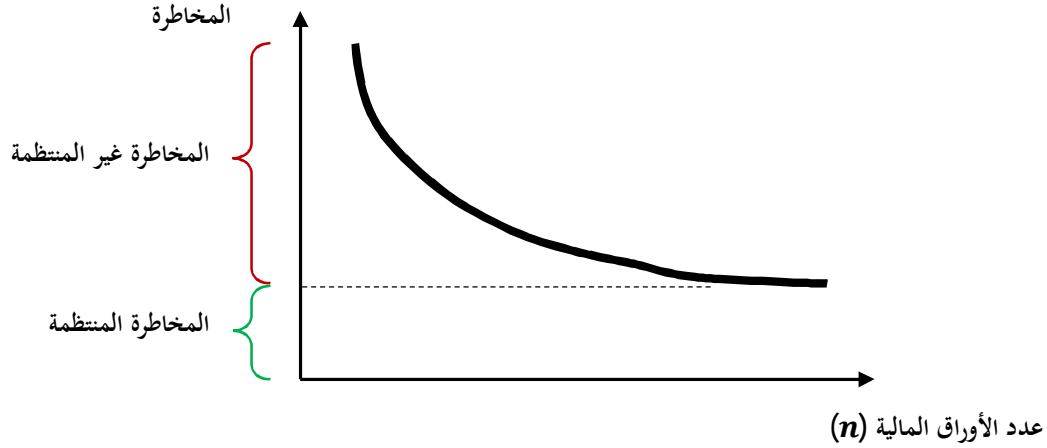
وعليه إذا ما تم تنوع المحفظة وزيادة عدد الأوراق المالية الداخلة في تكوينها فإن قيمة مخاطرة المحفظة تساوي:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \delta_p^2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{\bar{\delta}_i^2}{n} + \left(1 - \frac{1}{n}\right) \bar{\delta}_{ij} \right) = \bar{\delta}_{ij}$$

يتضح من النتيجة الأخيرة أن المقدار $\left(\frac{\bar{\delta}_i^2}{n}\right)$ يؤول إلى الصفر كلما تنوعت المحفظة وازدادت قيمة (n) ، أي أن المساهمة الخاصة بتباين كل ورقة تؤول إلى الصفر نتيجة صغر قيمة المبلغ المستثمر في كل ورقة، ويبقى تأثير المقدار

$(1 - \frac{1}{n})\delta_{ij}$ الخاص بمقدار التغير بين كل ورقة والورقة الأخرى في المحفظة، الذي يؤول إلى متوسط التغيرات لكل ورقتين في السوق.

أي أن التنويع يؤدي إلى تجنب المخاطر غير المنتظمة ولكنه لا يؤدي إلى التأثير على المخاطر النظامية وعلى هذا الأساس يتم إدارة هذه الأخيرة عن طريق التعويض (أي تضمينها ضمن معدل العائد المطلوب على الإستثمار).



يفسر ذلك بأن متوسط العائد المرجح أو المتوقع للمحفظة هو ببساطة متوسط العوائد للأصول المكونة لها، أما المخاطرة الكلية للمحفظة (إذا علمنا أن المخاطرة الكلية للمحفظة تتكون من نوعين من المخاطرة، المخاطرة النظامية التي تعبر عن المخاطر المؤثرة على عدد كبير من الأصول، والمخاطر غير النظامية التي تخص نوع محدد منها فإن التنويع يساهم في التقليل من المخاطر غير النظامية بينما لا يؤثر في المخاطر النظامية) لا تعكس متوسط التباين في مكوناتها، لذا فإن التنويع لا يعزز العائد وإنما يقلل من المخاطر غير النظامية، ومن الضروري حتى نعظم فوائد التنويع أن تكون تشكيلة الأصول المختارة ترتبط عوائدها إرتباطا ضعيفا فيما بينها كما يرى ماركوفيتز.