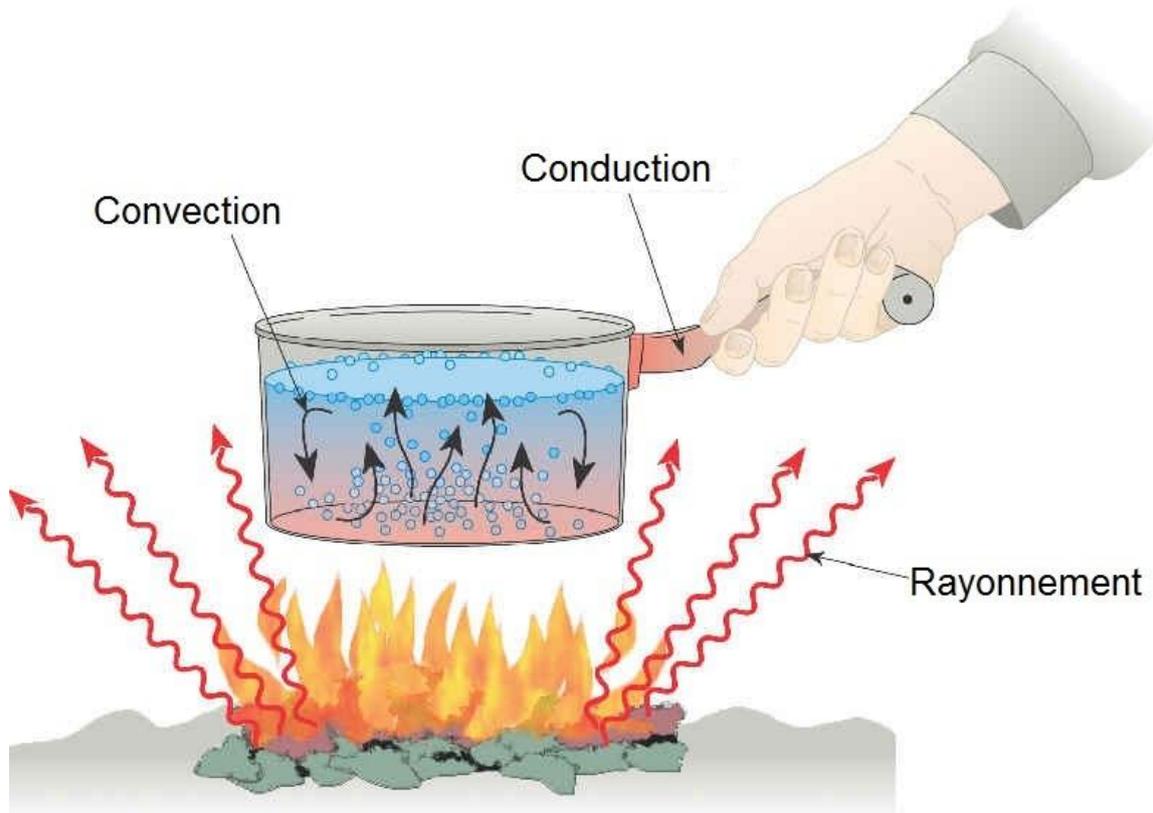




Polycopié de cours
TRANSFERTS DE CHALEUR



Rédigé par
Mr. Hellal Abdelkader
2016-2017

Avant-propos

Ce document photocopie, correspond au support de cours de «Transfert de chaleur», se veut avant tout de base, dans la mesure où les connaissances exposées sont du niveau du deuxième cycle universitaire (Master). Il s'apparente à un manuel ayant pour vocation la présentation des notions fondamentales et des fondements théoriques des phénomènes de transfert de chaleur.

Ce photocopie a été rédigé à l'intention des étudiants qui préparent, dans le cadre de la réforme L.M.D, un Master dans le domaine des "Sciences et Technologies" pour la spécialité Génie des procédés. Conscient de garder un caractère pédagogique, toutes les notions abordées dans ce photocopie sont strictement conformes au programme officiel.

Le but de ce photocopie est de fournir à l'étudiant les bases indispensables, permettant de faire introduire les étudiants aux phénomènes de transfert et par la suite l'étude des problèmes ponctuels qui se manifestent dans les multiples procédés utilisés dans l'industrie qui sont très souvent le siège d'échanges de chaleur, soit parce que c'est le but recherché (fours, coulée, échangeurs, thermoformage, induction, lits fluidisés, trempe, refroidissement), soit parce que ceux-ci interviennent d'une manière inévitable (chocs thermiques, pertes de chaleurs, rayonnement). Des connaissances de base en ce domaine sont donc nécessaires à l'étudiant.

Ce photocopie comprend quatre parties. La première partie de ce photocopie présente une introduction générale exposant les notions et principes généraux des phénomènes de transfert de chaleur y compris les différents modes de transfert de chaleur, par conduction, rayonnement et convection thermiques, sont progressivement introduits en privilégiant une approche physique des phénomènes.

La seconde partie présente les notions de la conduction thermique à travers les solides. La troisième partie aborde plus particulièrement les transferts de chaleur par convection au sein des systèmes ou bien entre ces systèmes et leur environnement. La dernière partie est consacrée à la présentation du phénomène de rayonnement.

L'auteur remercie à l'avance les lecteurs qui voudront bien lui faire part des remarques et critiques que leur a inspirés la lecture de ce photocopie et souhaite que ce photocopie puisse fournir à l'étudiant les informations nécessaires pour l'étude des phénomènes de transfert.

L'auteur
Mr. Hellal Abdelkader

Sommaire

Introduction générale

| | |
|--------------------------|---|
| 1. Introduction générale | 1 |
|--------------------------|---|

Chapitre I

Transfert de chaleur par conduction

| | |
|---------------------------|----|
| I.1 Introduction | 5 |
| I.2. Modèle d'un mur | 7 |
| I.3. Modèle d'un cylindre | 11 |
| I.4 Modèle d'une sphère | 14 |

Chapitre II

Transfert de chaleur par convection

| | |
|--|----|
| II.1. Phénomène de convection | 18 |
| II.2. Expression du flux thermique | 18 |
| II.3. Coefficient d'échange de chaleur par convection | 18 |
| II.4. Détermination du coefficient thermique de convection (h) | 21 |
| II.4.1 Convection naturelle | 23 |
| II.4.2 Convection forcée | 24 |
| II.4.2.1 Convection forcée sans changement de phase | 24 |
| II.4.2.2 Convection avec changement d'état | 27 |

Chapitre III

Transfert de chaleur par rayonnement

| | |
|---|----|
| III.1. Généralités | 31 |
| III.2. Transmission de chaleur par rayonnement | 33 |
| III.3 Origine du rayonnement: la transition électronique | 33 |
| III.4. Condition de rayonnement d'un corps | 33 |
| III.5. Classification des corps soumis à un rayonnement | 34 |
| III.6. Principe du chauffage par rayonnement | 34 |
| III.7. Loi de conservation de l'énergie | 34 |
| III.8. Principales propriétés de transfert de chaleur par rayonnement | 35 |
| III.9. Lois du rayonnement thermique | 36 |
| III. 10. Echange d'énergie par rayonnement | 39 |
| III.10.1 Cas de corps noir dans une cavité noire | 41 |
| III.10.2 Echange entre 2 corps noirs | 42 |
| III.10.3 Cas général : échange entre 2 corps gris | 42 |
| BIBLIOGRQPHIE | 44 |

Abréviations

°C : Degré Celsius

e (m): Epaisseur

f, f_{ij} : facteur de forme

h ($\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$) : coefficient de transfert

h (J.s) constante de Planck

K: Kelven

Kcal:Kilo calorie

L ($\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}\text{st}^{-1}$) : luminance monochromatique (ou spectrale)

m : Mètre

m' (kgs^{-1}) : débit de masse

Q : Quantité de chaleur

R (m): Rayon

Rth (KW^{-1}) : résistance thermique

S_{ij} : tenseur des taux de déformation

T (K) : température

t (s) : temps

u (ms^{-1}) vitesse suivant Ox

X(m) : longueur

W : Watt

Caractères grecs

: absorptivite

emissivite

: différence

: la conductivité thermique

: coefficient de dilatation thermique

: Température

: flux

: Densité de flux

(μm): longueur d'onde (en mètres),

($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$): conductance thermique

(kgm^{-3}) masse volumique

reflectivite

($\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$) constante de Stefan

T : température thermodynamique (en kelvins),

Constantes physiques

$C_1 := 2 hc_0^2 = 3,742 \times 10^{-16} \text{ Wm}^2$

h : constante de Planck ($= 6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$),

c_0 vitesse des ondes électromagnétiques ou célérité de la lumière ($= 2,9979 \times 10^8 \text{ m/s}$),

$C_2 = hc_0/k = 0,014385 \text{ mK}$

K : constante de Boltzmann ($= 1,380 \times 10^{-23} \text{ J/K}$)

Nombres caractéristiques

Bi : nombre de Biot

Fr : nombre de Froude

Gr : nombre de Grashof

Nu :nombre de Nusselt
Pe :nombre de Peclet
Pr : nombre de Prandtl
Ra :nombre de Rayleigh
Re : nombre de Reynolds

Introduction générale

Lorsqu'il existe une différence de température entre deux points d'un système, ou lorsque deux systèmes à des températures différentes sont mis en contact, on constate une tendance à l'égalisation des températures, le système le plus chaud cède de la chaleur au plus froid. On dit qu'il y a **transfert de chaleur**. La différence de température joue le rôle de différence de potentiel pour l'échange de chaleur. Cette situation se rencontre dans de nombreuses situations industrielles (moteurs thermiques ou même électriques, centrales électriques au fuel au gaz, etc..., électronique) ou domestique (chauffage de l'habitat).

Un transfert d'énergie donne lieu à un flux de chaleur qui correspond à un déplacement de l'énergie du plus chaud vers le plus froid. Comme on le verra par la suite, le flux de chaleur dont la densité locale est notée \vec{q} est une grandeur vectorielle, ce qui signifie qu'un flux de chaleur est caractérisé non seulement par son intensité mais aussi par sa direction. Il est défini en chaque point de l'espace et a l'unité d'une densité surfacique de puissance (W/m^2). Il existe trois modes essentiels de transferts de chaleur: la conduction, le rayonnement et la convection :

➤ **La conduction :**

Il s'agit du transfert de la chaleur d'un endroit chaud à l'autre froid d'un même milieu ou entre deux milieux en contact, sous l'influence d'un gradient (une différence) de température, et se réalisant sans déplacement global de matière (sans mouvements macroscopiques). On l'observe donc principalement dans les solides.

Prenons l'exemple d'une tige métallique d'une casserole métallique que l'on chauffe à l'une de ses extrémités.



Figure 1 : La conduction thermique

Le mécanisme de la conduction est basé sur l'agitation thermique des atomes situés à l'extrémité chauffée de la barre qui va augmenter et se transmet de proche en proche dans la direction inverse du gradient thermique.

Dans les métaux, la conduction fait intervenir les électrons libres qui les rendent bons conducteurs de la chaleur. En revanche dans les isolants, la conduction se fait mal. En résumé, il y a une forte correspondance entre les propriétés thermiques et électriques des solides. La conduction s'observe aussi dans des fluides au repos mais elle est beaucoup plus faible que dans un métal. De plus, elle est souvent dominée par la convection.

➤ **La convection :**

La convection est un phénomène de transfert se produisant entre une surface et un fluide en mouvement lorsque ceux-ci sont à des températures différentes.

Ce transfert implique l'échange de chaleur entre une surface et un fluide mobile à son contact, ou le déplacement de chaleur au sein d'un fluide par le mouvement d'ensemble de ses molécules d'un point à un autre.

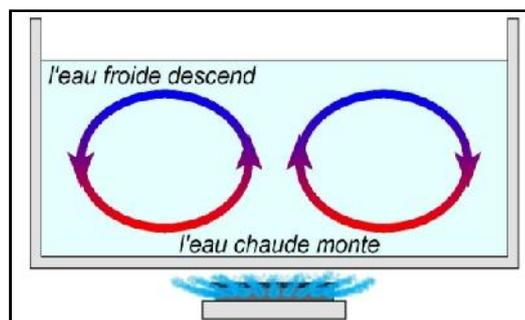


Figure 2 : Le phénomène de la convection dans les fluides.

La convection concerne exclusivement les fluides (gaz ou liquides) puisqu'elle prend sa source dans un transport macroscopique de matière.

La convection a lieu par exemple lorsque l'on chauffe une casserole d'eau. Le gradient thermique vertical est dirigé vers le bas. La masse volumique du fluide inférieur s'abaisse (car celui-ci est plus chaud) et le fluide s'élève pour être remplacé par du fluide plus lourd situé plus haut. La convection tente de s'opposer au gradient thermique par un mouvement de fluide. Ce processus est associé à l'action de la gravité. On note que si l'on chauffe la casserole par le haut, le fluide chaud se situe au dessus du fluide froid et la convection est annihilée.

Le transfert thermique par convection est divisé en deux parties suivant la nature de l'écoulement :

) La convection naturelle (libre) se produit lorsque l'écoulement est induit par une différence de masse volumique qui varie en fonction de la température au sein du fluide. La masse volumique dépendant de la température, un gradient de température engendre des différences de masse volumique au sein du fluide, d'où résultent des variations latérales de la poussée d'Archimède qui sont à l'origine du mouvement. De tels déplacements s'appellent des mouvements de convection.

) La convection forcée apparaît lorsque l'écoulement est engendré par des forces externes (une circulation artificielle) comme la pression (pompe, turbine) ou un ventilateur. Le transfert est plus rapide que dans le cas de convection naturelle.

➤ **Le rayonnement :**

Un corps chauffé émet de l'énergie sous forme de rayonnement électromagnétique. Une des particularités de ce rayonnement dit "thermique" est qu'il peut se propager dans le vide.



Figure 3 : Le phénomène de rayonnement.

Au niveau microscopique, ce phénomène ne peut s'expliquer en physique classique. Cependant, on retiendra comme image que plus la température du corps est élevée, plus l'agitation thermique responsable de l'émission est élevée. Comme tout rayonnement électromagnétique, le rayonnement dit thermique est caractérisé par une densité d'énergie et un spectre (répartition de l'énergie suivant la longueur d'onde). Le rayonnement thermique se déplace vers les courtes longueurs d'ondes quand la température du corps

augmente. Ainsi le filament de tungstène utilisé dans les lampes à incandescence a une couleur caractéristique de sa température.

A faible température, il est rouge-orangé, puis jaune puis blanc. Le pic du spectre d'émission se déplace de la limite entre l'infra-rouge et le visible (rouge) vers le milieu du visible (blanc). Il faut finalement distinguer la nature des récepteurs de ce rayonnement thermique : certains le réfléchissent d'autres l'absorbent et la transforment en énergie interne pour rayonner à leur tour.

➤ **Combinaison des différents modes de transferts**

Dans beaucoup de situations, il y a coexistence de 2 ou même 3 des modes de transferts thermiques décrits précédemment. Fort heureusement, il est fréquent qu'un mode soit prépondérant et simplifie l'analyse. Avant de finir ce paragraphe, signalons que certains échanges de chaleur s'accompagnent d'un changement d'état (vaporisation, condensation, fusion, congélation). Ces phénomènes se comportent alors comme une source (ex. de la condensation) ou un puits de chaleur (ex. de la vaporisation).

Le dessin de la figure suivante qui représente une marmite chauffée synthétise l'ensemble des exemples cités.

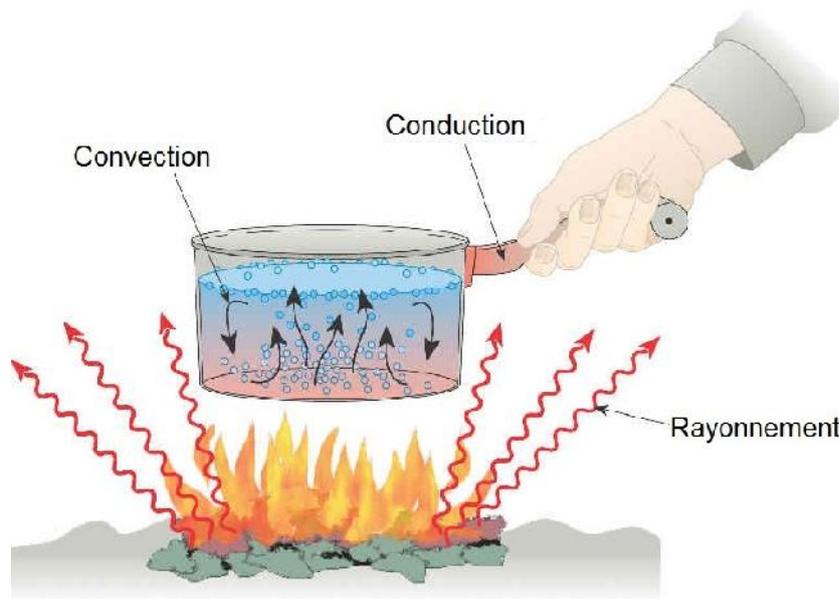


Figure 4: Exemple illustrant les différents types de transferts de chaleur.

Chapitre I

Transfert de chaleur par conduction

I.1. Introduction

Soit un corps solide, homogène et isotrope (les propriétés physiques de ces matériaux sont les mêmes dans toutes les directions de l'espace) à travers lequel passe un courant unidirectionnel de chaleur.

Soit une petite couche plane perpendiculaire à la direction x de propagation de la chaleur d'épaisseur dx et d'aire S à l'intérieur de ce milieu

Les deux faces de cette couche sont des surfaces isothermes. La première est à la température T et la seconde à la température $T + dT$ (avec $dT < 0$).

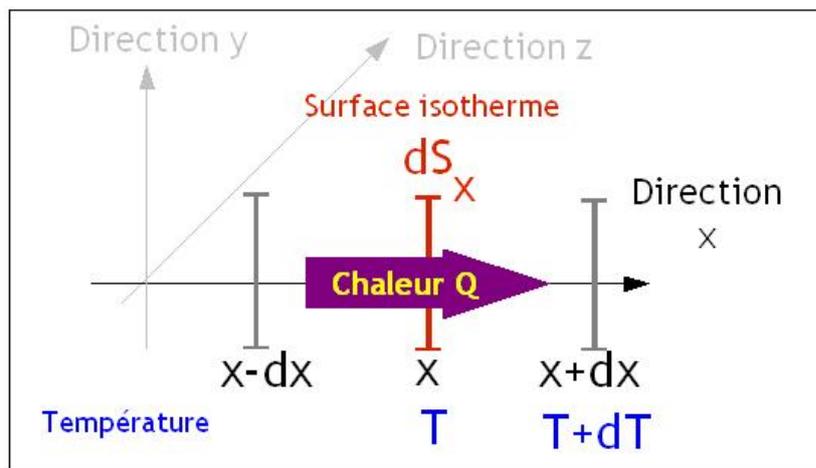


Figure 1.1: Conduction dans une couche élémentaire de mur plan.

Le gradient de température, est la variation de la température par unité de longueur, lorsqu'on se déplace dans la direction de propagation de la chaleur.

Le flux thermique à travers la couche plane d'aire S , proportionnel au gradient de température, est :

$$\dot{Q} = -k \cdot S \cdot \frac{dT}{dx} \quad (\text{Dimension W/m}^2) \quad (1.1)$$

➤ C'est la loi de FOURIER

Cette loi, introduite et vérifiée expérimentalement en 1822 par Joseph Fourier, modélise la conduction thermique en donnant une expression du vecteur courant de densité thermique.

Celui-ci est :

- Perpendiculaire aux surfaces isothermes,
- Dirigé dans le sens décroissants des températures,
- Proportionnel au taux de variation de la température dans cette direction.

Le coefficient de proportionnalité est appelé conductivité thermique et est caractéristique du matériau. Elle dépend du matériau et de sa température

s'exprime en $W.m^{-1}.K^{-1}$ dans le système international ou en $kcal.h^{-1}.m^{-1}.K^{-1}$.

Plus la conductivité thermique est élevée, plus les matériaux conduisent facilement la chaleur.

Au contraire les matériaux de faible conductivité thermique conduisent difficilement la chaleur et sont donc utilisés comme isolants.

Tableau 1 : Conductivité thermique de différents matériaux en $W. m^{-1}. ^\circ C^{-1}$

| METAUX ET ALLIAGES (à la température ambiante) | | | |
|--|--------------|--|--------------|
| Aluminium à 99,9 % | 228 | Zinc | 111 |
| Aluminium à 99 % | 203 | Acier doux (1 % de C) | 46 |
| Cuivre à 99,9 % | 386 | Acier inox (Cr 18 % - Ni 8 %) | 16 |
| Etain | 61 | Alliage (Al 92 % - Mg 8 %) | 104 |
| Fer pur | 85 | Laiton (Cu 70 % - Zn 30 %) | 99 |
| Nickel pur | 61 | Titane | 21 |
| Plomb pur | 35 | | |
| SOLIDES NON METALLIQUES (à la température ambiante) | | | |
| Amiante (feuilles) | 0,162 | Liège | 0,046 |
| Béton plein | 1,7 | Matières plastiques phénoplastes | 0,046 |
| Briques de terre cuite pleines | 1,16 | Matières plastiques polyester | 0,209 |
| Plaque de fibrociment | 0,74 | Matières plastiques polyvinyles | 0,162 |
| Verre courant | 0,70 | Porcelaine | 0,928 |
| Verre pyrex | 1,16 | Laine de verre | 0,046 |
| Electrographite | 116 | | |
| LIQUIDES | | GAZ (à 0°C et sous la pression normale) | |
| Eau à 20°C | 0,59 | Air | 0,024 |
| Eau à 100°C | 0,67 | Azote | 0,024 |
| Dowtherm A à 20°C | 0,139 | Acétylène | 0,019 |
| Benzène à 30°C | 0,162 | Hydrogène | 0,174 |
| Mercure à 20°C | 8,47 | Anhydride carbonique | 0,014 |
| Sodium à 200°C | 81,20 | Oxygène | 0,024 |

- On constate que parmi les solides, **les métaux sont beaucoup plus conducteurs que les composés non métalliques** à l'exception du graphite (utilisé dans certains échangeurs de chaleur). L'acier inoxydable est moins conducteur que la plupart des autres métaux et alliages.
- Parmi les liquides :
 - le mercure se détache nettement
 - les métaux fondus sont de bons conducteurs ce qui explique par exemple l'utilisation de sels de sodium comme fluide caloporteur pour le refroidissement des réacteurs nucléaires.
- Les gaz sont plutôt mauvais conducteurs : le caractère isolant de la laine de verre est dû à la présence de l'air emprisonné entre les fibres.

On constate en général : des gaz < des liquides < des solides

Mais, la conductivité thermique varie avec la température.

)] Pour les solides, on peut admettre, en première approximation, que les variations sont linéaires, soit : $\lambda = \lambda_0(1 + aT)$

- où λ_0 est la conductivité thermique à 0°C et λ la conductivité thermique à T°C. a est une constante appelée coefficient de température du solide considéré.
 - $a > 0$ pour de nombreux matériaux isolants.
 - $a < 0$ pour la plupart des métaux et alliages (à l'exception de l'aluminium et du laiton).

)] Pour les liquides, la conductivité thermique diminue quand la température augmente (à l'exception de l'eau et du glycérol).

)] Pour les gaz, la conductivité thermique croît avec la température.

I.2. Modèle d'un mur :

a) Cas d'une seule couche :

La figure ci-dessous représente une coupe transversale d'un mur de surface (S), d'épaisseur (e). Cette paroi est constituée d'un matériau de conductivité thermique λ .

On note T_1 la température de la paroi à $x=0$, et T_2 la température à $x=e$.

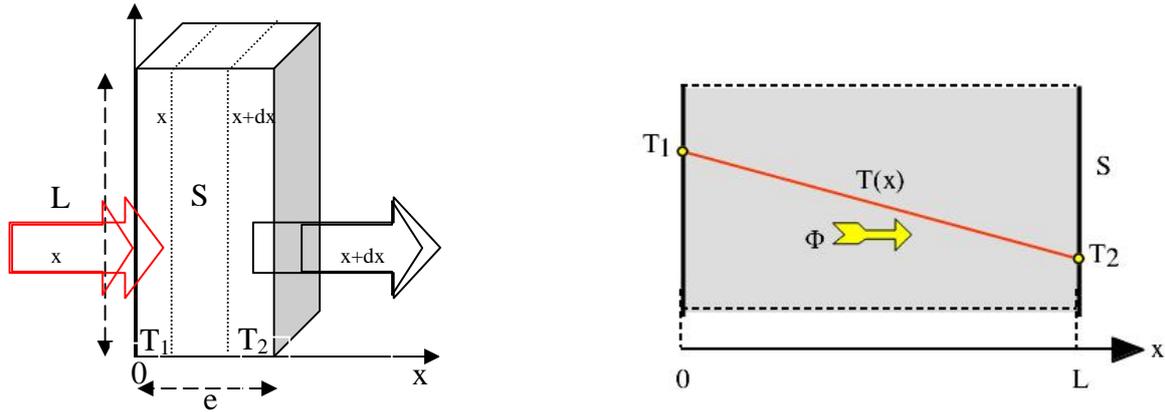


Figure 1.2. La conduction à travers un mur simple.

Considérons un système d'épaisseur dx dans la direction x et de section d'aire S normalement à la direction Ox . Si on placera dans le cas où le TC est unidirectionnel et où il n'y a pas de stockage ni de génération d'énergie. Le bilan d'énergie sur ce système s'écrit :

$$\dot{Q}_x = \dot{Q}_{x+dx}$$

Avec

$$\dot{Q}_x = - \left(\lambda \cdot S \cdot \frac{dT}{dx} \right)_x$$

et

$$\dot{Q}_{x+dx} = - \left(\lambda \cdot S \cdot \frac{dT}{dx} \right)_{x+dx}$$

et donc

$$- \left(\lambda \cdot S \cdot \frac{dT}{dx} \right)_x = - \left(\lambda \cdot S \cdot \frac{dT}{dx} \right)_{x+dx}$$

On peut dire que le flux de chaleur qui traverse chaque surface est donc identique :

$$\dot{Q}(x) = \text{Constante} =$$

$$\int_0^e S \frac{dT}{dx} dx = \int_{T_1}^{T_2} S dT = S(T_2 - T_1) = \int_0^e S \frac{dT}{dx} dx$$

$$\dot{Q} = S \frac{T_2 - T_1}{e}$$

Le flux de chaleur traversant un mur simple est :

$$\left\{ X \frac{S}{e} (T_1 - T_2) \right.$$

Cette relation peut également se mettre sous la forme :

$$\left\{ X \frac{(T_1 - T_2)}{e/S} \right. \quad (1.2)$$

➤ **La résistance thermique:**

Cette relation est analogue à la loi d'Ohm en électricité qui définit l'intensité du courant comme le rapport de la différence de potentiel électrique sur la résistance électrique. La température apparaît ainsi comme un potentiel thermique et le terme e/S apparaît comme la résistance thermique d'un mur plan d'épaisseur e , de conductivité thermique λ et de surface latérale S . On se ramène donc au schéma équivalent représenté sur la figure ci-dessous :

$$\left\{ X \frac{(T_1 - T_2)}{R_{th}} \right. \quad (1.3)$$

Avec

R_{th}: Résistance thermique ($W^{-1}.K$).

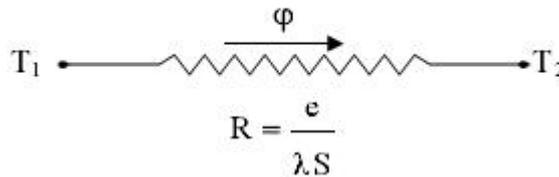


Figure 1.3: Schéma électrique équivalent d'un mur simple.

On conclut que le transfert de chaleur entre deux parois d'un mur simple à des températures fixes est favorisé par un matériau bon conducteur (λ élevé) et une faible épaisseur : (R diminue : flux augmente).

NB : La variation de la température dans la paroi est :

$$T(x) = T_1 - (T_1 - T_2) \cdot x/e \quad (1.4)$$

b) Cas d'un mur composite (plusieurs couches) :

C'est le cas des murs réels constitués de plusieurs couches de matériaux différents et où on ne connaît que les températures T_1 et T_2 des deux faces du mur de surface latérale S . La figure ci-dessous représente une coupe transversale d'un mur composé de N couches de surface (S), d'épaisseur ($e_1, e_2, e_3 \dots e_N$). Cette paroi est constituée d'un matériau de conductivités thermiques $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \dots \lambda_N$. On note T_1 la température de la paroi à $x=0$, et T_{N+1} la température à $x = e_i$.

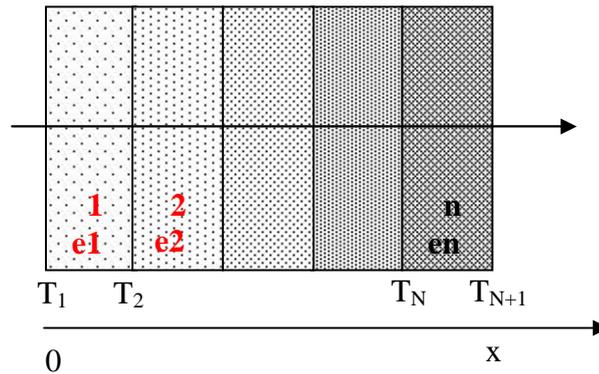


Figure 1.4. La conduction à travers un mur composite.

$$\left\{ X \frac{T_1 - T_2}{k_1 e_1} \right\} X \frac{T_2 - T_3}{k_2 e_2} X \dots X \frac{T_N - T_{N+1}}{k_N e_N}$$

$$T_1 - T_2 X \frac{e_1}{k_1 S}$$

$$T_2 - T_3 X \frac{e_2}{k_2 S}$$

$$T_N - T_{N+1} X \frac{e_N}{k_N S}$$

.....

$$T_1 - T_{N+1} X \left(\frac{e_1}{k_1 S} + \frac{e_2}{k_2 S} + \dots + \frac{e_N}{k_N S} \right)$$

Le flux de chaleur traversant un mur composite est :

$$\left\{ X \frac{T_1 - T_{N+1}}{\left(\frac{e_1}{k_1 S} + \frac{e_2}{k_2 S} + \dots + \frac{e_N}{k_N S} \right)} \right\} \quad (1.5)$$

On a considéré que les contacts entre les couches de différentes natures étaient parfaits et qu'il n'existait pas de discontinuité de température aux interfaces. En réalité, compte-tenu de la rugosité des surfaces, une microcouche d'air existe entre les creux des surfaces en regard qui contribue à la création d'une résistance thermique (l'air est un isolant) appelée résistance thermique de contact. La formule précédente s'écrit alors :

$$\left\{ X \frac{T_1 - T_{N+1}}{\sum_{i=1}^N \left(\frac{e_i}{k_i S} \right)} \right\} \text{ et la résistance thermique } R_{th} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{e_i}{k_i S} \right) \text{ (W}^{-1} \cdot \text{k)}$$

Le schéma électrique équivalent est représenté sur la figure :

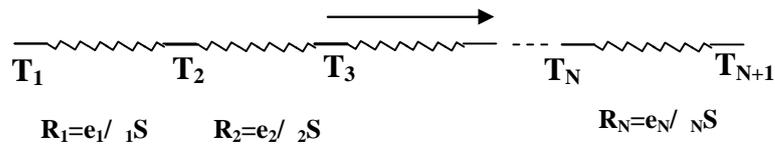


Figure 1.5: Schéma électrique équivalent d'un mur composite.

I.3. Modèle d'un cylindre

a) Cas d'un Cylindre creux long (tube d'une seule couche) :

La figure ci-dessous représente une coupe transversale d'un cylindre creux de conductivité thermique λ , de rayon intérieur r_1 , de rayon extérieur r_2 , de longueur L , les températures des faces internes et externes étant respectivement T_1 et T_2 . On suppose que le gradient longitudinal de température est négligeable devant le gradient radial.

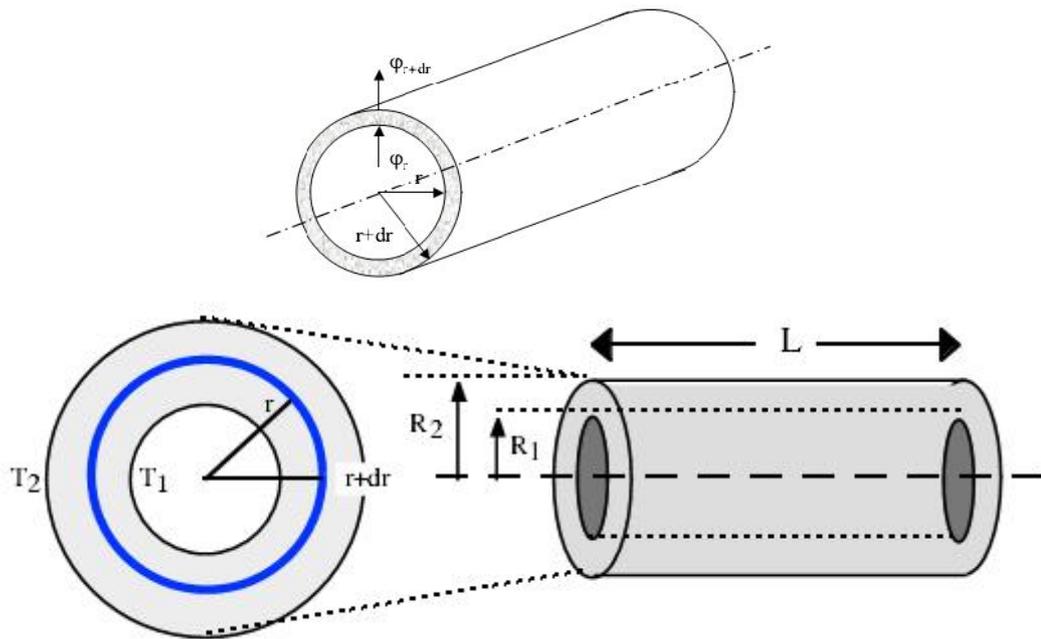


Figure 1.6. La conduction à travers un cylindre simple.

Effectuons le bilan thermique du système constitué par la partie de cylindre comprise entre les rayons r et $r + dr$:

$$r = r + dr$$

Avec

$$\varphi_r = - \left(\lambda \cdot S \cdot \frac{d}{dr} \right)_r$$

et

$$\varphi_{r+d} = - \left(\lambda \cdot S \cdot \frac{d}{dr} \right)_{r+d}$$

Soit :

$$- \left(\lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L \cdot \frac{d}{dr} \right)_r = - \left(\lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L \cdot \frac{d}{dr} \right)_{r+d}$$

On peut dire que le flux de chaleur qui traverse chaque surface est donc identique :

(r) = Constante =

$$2\pi \cdot r \cdot L \cdot \frac{dT}{dr} = 2\pi \cdot L \cdot dT \cdot \frac{dr}{r} = 2\pi \cdot L \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = 2\pi \cdot L \cdot (T_2 - T_1) \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

Le flux de chaleur traversant un cylindre creux d'une seule couche est :

$$\Phi = \frac{2\pi \lambda L (T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (1.6)$$

➤ La résistance thermique:

$$R_{th} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi \lambda L} \quad (1.7)$$

Avec R_{th} : Résistance thermique ($W^{-1} \cdot K$).

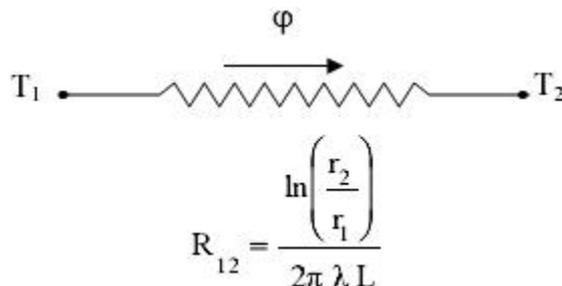


Figure 1.7: Schéma électrique équivalent d'un cylindre creux

Remarque :

Expression de la température au rayon r avec $R_1 < r < R_2$:

$$T(r) = T_1 + \frac{(T_2 - T_1) \ln \frac{r}{R_1}}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (1.8)$$

b) Cas d'un Cylindre creux multicouches

La figure ci-dessous représente une coupe transversale d'un cylindre creux de longueur L, composés de N matériaux différents, la couche (i) est comprise entre les rayons r_i à une température T_i et r_{i+1} à une température T_{i+1} . On note γ_i la conductivité thermique de cette couche (i). On suppose que le gradient longitudinal de température est négligeable devant le gradient radial.

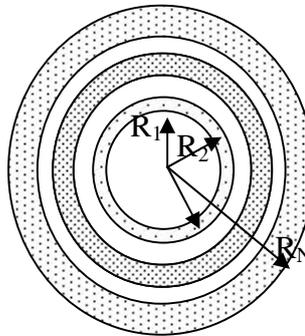


Figure 1.8. La conduction à travers un cylindre simple.

De la même manière :

$$\left\{ \frac{(T_1 - T_2) \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}{\gamma_1 \cdot 2\pi l} + \frac{(T_2 - T_3) \ln \left(\frac{r_3}{r_2} \right)}{\gamma_2 \cdot 2\pi l} + \dots + \frac{(T_i - T_{i+1}) \ln \left(\frac{r_{i+1}}{r_i} \right)}{\gamma_i \cdot 2\pi l} + \dots + \frac{(T_n - T_{n+1}) \ln \left(\frac{r_{n+1}}{r_n} \right)}{\gamma_n \cdot 2\pi l} \right\}$$

$$\left\{ X = \sum_{i=1}^n \frac{\ln\left(\frac{r_{i+1}}{r_i}\right)}{2\pi\lambda_i l} \right. \quad (1.9)$$

La résistance thermique :

$$R_{th} = \sum_{i=1}^n \frac{\ln\left(\frac{r_{i+1}}{r_i}\right)}{2\pi\lambda_i l} \quad (1.10)$$

Schéma électrique équivalent d'un cylindre creux multicouche :

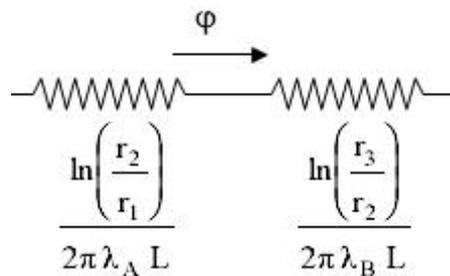


Figure 1.9: Schéma électrique équivalent d'un cylindre composite.

I.4 Modèle d'une sphère

a) Cas d'une sphère creuse monocouche :

La figure ci-dessous représente une coupe transversale d'une sphère creuse monocouche de conductivité thermique λ , de rayon intérieur r_1 , de rayon extérieur r_2 , de longueur L , les températures des faces internes et externes étant respectivement T_1 et T_2 . On suppose que le gradient longitudinal de température est négligeable devant le gradient radial.

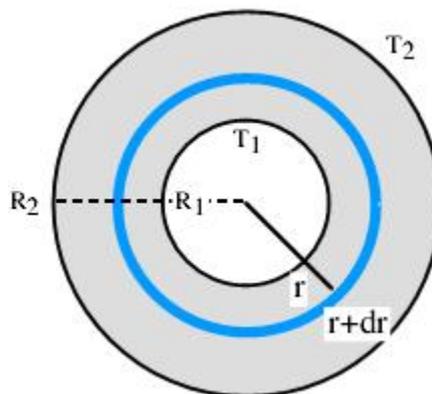


Figure 1.10. La conduction à travers une sphère creuse.

Effectuons le bilan thermique du système constitué par la partie de cylindre comprise entre les rayons r et $r + dr$:

$$r = r + dr$$

Avec $\left\{ \frac{dT}{dr} \right\}_r = 4f r^2$

et $\left\{ \frac{dT}{dr} \right\}_{r+dr} = 4f (r + dr)^2$

soit $\left\{ \frac{dT}{dr} \right\}_r = \left\{ \frac{dT}{dr} \right\}_{r+dr}$

On peut dire que le flux de chaleur qui traverse chaque surface est donc identique :

$$Q = \text{Constante}$$

$$4f r^2 \frac{dT}{dr} = 4f (r + dr)^2 \frac{dT}{dr}$$

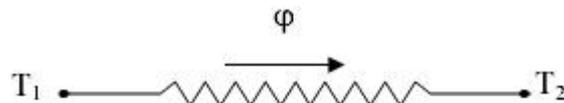
Le flux de chaleur traversant un cylindre creux d'une seule couche est :

$$Q = \frac{4\pi \lambda (T_1 - T_2)}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \quad (1.11)$$

La résistance thermique:

$$R_{th} = \frac{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}{4\pi \lambda} \quad (1.12)$$

Avec R_{th} : Résistance thermique ($W^{-1}.K$).



$$R_{th} = \frac{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}{4\pi \lambda}$$

Figure 1.11: Schéma électrique équivalent d'une sphère creuse.

Remarque :

Expression de la température au rayon r avec $R_1 < r < R_2$:

$$T(r) = T_1 + \frac{(T_1 - T_2) \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right)}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{R_2} \right)} \quad (1.13)$$

b) Cas d'une sphère creuse multicouches

La figure ci-dessous représente une coupe transversale d'une sphère creuse composée de N matériaux différents, la couche (i) est comprise entre les rayons r_i à une température T_i et r_{i+1} à une température T_{i+1} . On note λ_i la conductivité thermique de cette couche (i). On suppose que le gradient longitudinal de température est négligeable devant le gradient radial.

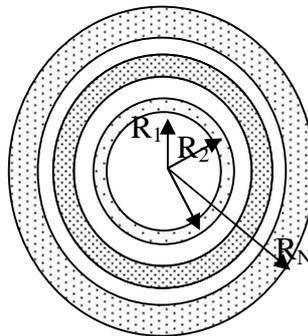


Figure 1.12. La conduction à travers une sphère creuse.

On a :

$$\left\{ \frac{(T_1 - T_2)}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} \frac{(T_2 - T_3)}{\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right)} \dots \frac{(T_i - T_{i+1})}{\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}} \right)} \right\} 4f$$

$$(T_1 - T_2) \times \left\{ \frac{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}{\lambda_1} \right\} 4f$$

$$(T_2 - T_3) \times \left\{ \frac{\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right)}{\lambda_2} \right\} 4f$$

$$(T_i - T_{i+1}) \times \left\{ \frac{\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}} \right)}{\lambda_i} \right\} 4f$$

.....

$$(T_1 - T_N) \times \left\{ \sum_{i=1}^N \frac{\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}} \right)}{\lambda_i} \right\} 4f$$

$$\left\{ X \frac{(T1 Z Tn \Gamma 1)}{\left(\frac{1}{r_1} Z \frac{1}{r_{i\Gamma 1}} \right)} \right\}_{i 4f} \quad (1.14)$$

La résistance thermique :

$$R_{th} X \left\{ \frac{\left(\frac{1}{r_1} Z \frac{1}{r_{i\Gamma 1}} \right)}{\right\}_{i 4f} \quad (1.15)$$

Schéma électrique équivalent d'un cylindre creux multicouche :

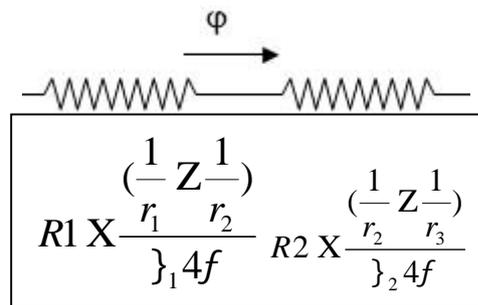


Figure 1.13: Schéma électrique équivalent d'une sphère composite.

Chapitre II

Transfert de chaleur par convection

II.1. Phénomène de convection

Les transferts de chaleur par convection se produisent dans les fluides (les liquides et les gaz). La convection est un mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes. D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux molécules du fluide adjacentes. L'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces molécules du fluide. Ensuite les molécules vont se mélanger avec d'autres molécules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie. Dans ce cas l'écoulement transporte le fluide et l'énergie. L'énergie est, à présent, emmagasinée dans les molécules du fluide et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement.

II.2. Expression du flux thermique :

On peut exprimer la quantité de chaleur transmise par convection entre une paroi solide et un fluide au moyen de l'équation :

$$Q = h \cdot S \cdot (T_1 - T_2) \quad (2.1)$$

Sous cette forme, l'équation de la convection semble être tout à fait simple. En réalité, il n'en est rien, car cette équation est une définition de l'unité de conductance thermique moyenne par convection plutôt qu'une loi de transmission de la chaleur par convection.

Le coefficient d'échange de chaleur par convection est, en effet, une fonction de l'écoulement du fluide, des propriétés thermiques du milieu fluide et de la géométrie du système. Sa valeur numérique n'est généralement pas uniforme sur une surface et elle dépend également du lieu où on mesure la température.

II.3. Coefficient d'échange de chaleur par convection

Comme le transfert d'énergie par convection est très intimement lié au mouvement du fluide, il est nécessaire de connaître le mécanisme de l'écoulement du fluide avant

d'examiner celui de l'écoulement de la chaleur. Un des plus importants aspects de l'étude hydrodynamique est d'établir si le mouvement du fluide est **laminaire** ou **turbulent**.

Considérons à titre d'exemple l'écoulement d'un fluide dans une conduite dont on puisse suivre l'évolution à l'aide de traceurs (particules en suspension, filets d'encre...), on distingue:

a) Régime laminaire:

A faible vitesse, l'écoulement est macroscopiquement ordonné, les couches fluides glissent les unes sur les autres.

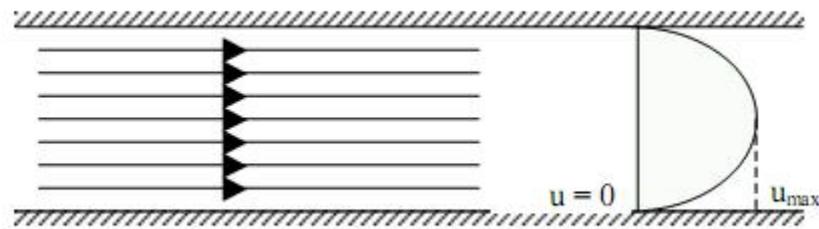


Figure 2.1. Glissement des couches de fluide.

Lorsqu'un fluide s'écoule en mouvement **laminaire** le long d'une surface dont la température est différente de celle du fluide, les transferts d'énergie s'effectuent à l'échelle moléculaire d'une couche à l'autre en déplacement relatifs. La chaleur est transmise seulement par **conduction** aussi bien à l'intérieur du fluide qu'à l'interface entre le fluide et la surface.

b) Régime turbulent:

A partir d'une vitesse critique qui dépend essentiellement de la nature du fluide, des dimensions de l'écoulement ...etc., l'écoulement change totalement, les filets d'encre sont animés de mouvements tourbillonnaires tridimensionnels de caractère aléatoire.

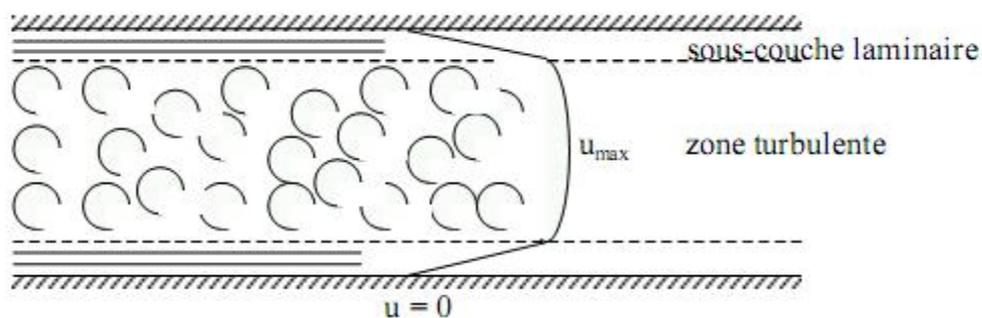


Figure 2.2. Mouvement de fluide en régime turbulent.

Le mécanisme de conduction dans ce cas est modifié et favorisé par d'innombrables tourbillons. Les petits volumes de fluide en se mélangeant avec d'autres jouent le rôle de

porteur d'énergie. Par conséquent un accroissement de turbulence amène une augmentation de la quantité de chaleur s'écoulant par convection.

c) La couche limite:

Quelque soit le régime d'écoulement en contact avec une paroi solide, il existe le long de la paroi une mince couche de fluide en écoulement laminaire, cette couche est appelée la couche limite. L'épaisseur de cette couche dépend notamment des propriétés physiques du fluide mais aussi de sa vitesse de circulation. Cette couche sera d'autant plus mince que cette vitesse sera élevée.

Le transfert par convection est la superposition de deux phénomènes:

- on admet que dans la couche limite il n'y a aucun mélange de matière et que la chaleur se transmet par **conduction** perpendiculairement à la paroi. La conductivité des fluides étant faible par rapport à celle des solides, cette couche constitue donc une zone importante de résistance au transfert de chaleur.
- au sein du fluide, la chaleur se transmet parfaitement grâce au mélange et la température devient parfaitement homogène. Cette température est appelé température du fluide T_f ou température de mélange du fluide.

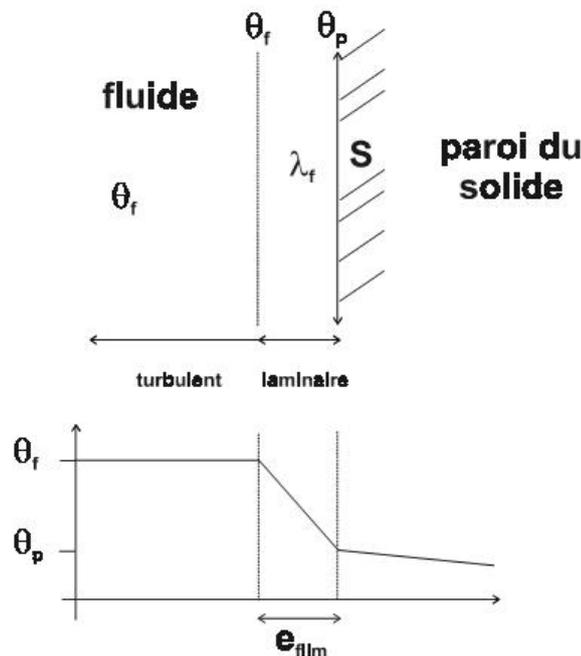


Figure 2.3. La couche limite.

On conclut de cette étude que le phénomène de convection se réduit d'un point de vue thermique à une conduction dans la couche mince. Le flux de chaleur échangé entre le fluide et la paroi par convection peut donc s'écrire:

$$= f \cdot S (T_f - T_p) / e_{film} \quad (2.2)$$

Où

λ_f est la conductivité thermique du fluide,

e_{film} l'épaisseur du film,

S la surface de la paroi d'échange,

T_f la température au sein du fluide

T_p la température de la paroi.

Malheureusement l'épaisseur de la couche n'est que très rarement connue car elle dépend de beaucoup de facteurs. De plus λ_f dépend de la température et celle-ci est variable dans la couche. Pour ces raisons, dans un transfert par convection on écrit le flux de chaleur sous la forme suivante:

$$\dot{Q} = h \cdot S \cdot (T_f - T_p)$$

Où h est le coefficient thermique de convection. On remarque que h a la même dimension que le coefficient de transfert thermique global K . La résistance thermique de transfert par convection R est donc égale à:

$$R = 1/h \cdot S \quad (2.3)$$

II.4. Détermination du coefficient thermique de convection (h)

Le problème de la convection est en fait de déterminer ce coefficient en fonction des conditions d'écoulement du fluide, des caractéristiques géométriques des parois et des éventuels changements d'état du fluide..., ce qui implique la résolution d'équations différentielles qui décrivent la mécanique des fluides, les échanges d'énergie, les transferts de masse. Ces équations sont généralement liées et difficiles à résoudre théoriquement, ce qui conduit à associer à la théorie l'expérimentation permettant de trouver les valeurs des grandeurs recherchées. La nécessité de définir des corrélations qui soient applicables à des appareils de tailles différentes opérant dans des situations différentes conduit à l'utilisation de paramètres adimensionnels qui permettent de définir des similitudes. C'est ainsi qu'ont été choisis les nombres sans dimension ci-après :

1- Nombre de Reynolds :

$$Re = G \cdot D / \mu = \rho \cdot u \cdot D / \mu \quad (2.4)$$

Avec :

ρ (kg/m^3) : masse volumique du fluide,

u (m/s) : sa vitesse moyenne,

μ ($\text{Pa}\cdot\text{s}$) : sa viscosité dynamique,

G ($\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$) : son débit-masse spécifique,

D (m) dimension caractéristique de la conduite :

- diamètre s'il s'agit d'une conduite circulaire ou diamètre hydraulique dans les autres cas : $D_h = 4 A/P$, A étant la section de la conduite et P le périmètre mouillé.

Le modèle d'écoulement en circulation forcée est :

- laminaire si $Re < 2\,300$;
- transitoire si $2\,300 < Re < 10\,000$;
- turbulent si $Re > 10\,000$.

2- Nombre de Prandtl :

$$Pr = \mu \cdot C_p / \dots \quad (2.5)$$

avec c_p capacité thermique massique du fluide. Ce nombre caractérise **le fluide dans un état donné** :

- pour les métaux liquides..... $Pr = 10^{-2}$ à 10^{-3} ;
- pour l'eau et l'air..... $Pr \approx 1$;
- pour les huiles..... $Pr = 10^2$ à 10^7 .

3- Nombre de Nusselt :

$$Nu = h \cdot D / \dots \quad (2.6)$$

Avec **h** coefficient local de convection thermique. Il caractérise **le transfert de chaleur par convection**.

4- Nombre de Péclet :

$$Pe = Re \cdot Pr \quad (2.6)$$

Il caractérise **la convection forcée**.

5- Nombre de Grashof :

$$Gr = \beta \cdot g \cdot (T_p - T_{sat}) \cdot D^3 / \mu^2 \quad (2.7)$$

Il caractérise le déplacement du fluide dans un phénomène de **convection naturelle**. Si la température de paroi (T_p) est constante, le nombre de Grashof s'écrit :

$$Gr = \beta \cdot g \cdot (T_p - T_{sat}) \cdot D^3 / \mu^2$$

avec

- β : coefficient de dilatation thermique volumique ;
- g : accélérations due à la pesanteur ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$),
- T_{sat} : température d'équilibre du fluide,

ρ_0 et ρ_{sat} masses volumiques respectivement à T_p et T_{sat} .

6-Nombre de Froude :

$$Fr = \frac{u^2}{g \cdot D} = \frac{G^2}{\rho \cdot g \cdot D} \quad (2.8)$$

Il caractérise les écoulements à surface libre.

7-Nombre d'ébullition :

$$Bo = \frac{G}{L_v \cdot G} \quad (2.9)$$

Avec L_v enthalpie massique de vaporisation. Il caractérise le régime d'ébullition.

8- Nombre de Rayleigh :

$$Ra = Gr \cdot Pr \quad (2.10)$$

Il caractérise la **convection naturelle**.

Selon le mode d'échange (à température de paroi constante ou à flux thermique constant), on fait intervenir dans la relation ci-avant le nombre de Grashof ou le nombre de Grashof modifié.

II.4.1 Convection naturelle

1- Cas général :

- **En régime laminaire**, c'est-à-dire pour $10^4 < Ra < 10^9$, on peut admettre que

$$Nu = B \cdot Ra^{1/4} \cdot B \quad (2.11)$$

B est un terme qui ne dépend que du nombre de Prandtl

pour $Pr = 0.72 \quad 1.00 \quad 10 \quad 100 \quad 1\,000$

$$B = 0.52 \quad 0.53 \quad 0.61 \quad 0.65 \quad 0.65$$

- **En régime turbulent**, c'est-à-dire pour $Ra > 10^9$, on peut admettre la corrélation de Mac Adams :

$$Nu = 0,13 Ra^{1/3} \quad (2.12)$$

2- Surface chauffante dans l'air ambiant

Pour différentes surfaces, Mac Adams a proposé la série de corrélations ci-après.

- **Plaque horizontale plane avec surface chauffante en dessous :**

pour $3 \times 10^5 < Ra < 3 \times 10^{10}$, on a : $Nu = 0,27 Ra^{1/4} \quad (2.13)$

- **Plaque horizontale plane avec surface chauffante en dessus :**

—pour $10^5 < Ra < 10^7$ (régime laminaire) : $Nu = 0,54 Ra^{1/4} \quad (2.14)$

—pour $10^7 < Ra < 3 \times 10^{10}$ (régime turbulent) : $Nu = 0,14 Ra^{1/3} \quad (2.15)$

➤ **Plaque verticale plane en régime laminaire :**

On a, pour $10^4 < Ra < 10^9$:

—Si $T = Cte$:
$$Nu = 0,59 Ra^{1/4} \quad (2.16)$$

—Si $\dot{q} = Cte$,

➤ **Plaque verticale plane en régime turbulent :**

pour $10^9 < Ra < 10^{12}$, on a :
$$Nu = 0,13 Ra^{1/3} \quad (2.17)$$

➤ **Tube horizontal isotherme avec $30 \mu m < D < 0,1 m$:**

—si $0,5 < Pr < 10^3$ et $10^4 < Ra < 10^9$, on a
$$Nu = 0,53 Ra^{1/4} \quad (2.18)$$

—si $0,5 < Pr < 10^3$ et $10^9 < Ra < 10^{12}$, on a
$$Nu = 0,13 Ra^{1/3} \quad (2.20)$$

➤ **Tube vertical isotherme de longueur L :**

—si $D/L \geq 35 Gr^{-1/4}$, on utilise la même corrélation que pour la plaque verticale plane ;

—si $D/L < 35 Gr^{-1/4}$, on a :

➤ **Tube vertical à flux constant :**

—dans le cas d'un fil : pour $Ra(D/L) < 0,05$, on a
$$Nu = 0,93 (Ra \cdot D/L)^{0,05} \quad (2.21)$$

—dans le cas d'un cylindre long :

pour $0,05 < Ra(D/L) < 10^4$, on a
$$Nu = 1,37 (Ra \cdot D/L)^{0,16} \quad (2.22)$$

—dans le cas d'un cylindre court :

pour $10^4 < Ra(D/L)$, on a
$$Nu = 0,6 (Ra \cdot D/L)^{1/4} \quad (2.23)$$

II.4.2 Convection forcée

II.4.2.1 Convection forcée sans changement de phase

1- Écoulement le long d'une plaque

- **Écoulement laminaire** avec $Re < 3 \times 10^5$ et $Pr > 0,5$:

$$Nu = 0,664 Re^{1/2} Pr^{1/3} \quad (2.24)$$

- **Écoulement turbulent** avec $Re > 5 \times 10^5$ et $Pr > 0,5$:

$$Nu = 0,035 Re^{4/5} Pr^{1/3} \quad (2.25)$$

2- Écoulement à l'intérieur d'un tube

- **Écoulement laminaire** avec $Re < 2\,300$:

—température de paroi uniforme :
$$Nu = 3,66 \quad (2.26)$$

—flux de chaleur uniforme :
$$Nu = 4,36 \quad (2.27)$$

- **Écoulement turbulent avec $Re > 10^4$:**

On utilise la corrélation de Dittus-Boelter :

$$\text{Nu} = 0,023 \text{ Re}^{0,8} \quad (2.28)$$

Avec $n = 0,4$ si le fluide s'échauffe,

Et $n = 0,3$ si le fluide se refroidit.

3- Écoulement à l'extérieur des tubes

- **Écoulement parallèle aux tubes :**

—en régime laminaire :

$$\text{Nu} = 3,66 \quad (2.29)$$

—en régime turbulent, on applique la relation de Dittus-Boelter :

$$\text{Nu} = 0,023 \text{ Re}^{0,8} \text{ Pr}^n \quad (2.30)$$

Avec $n = 0,4$ si le fluide s'échauffe,

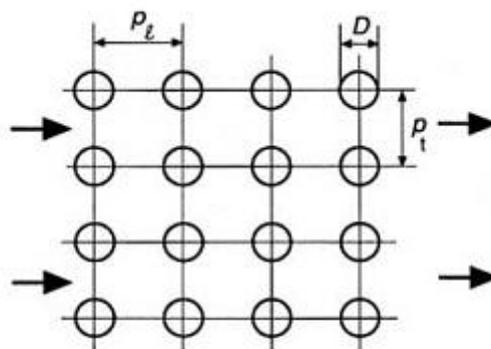
Et $n = 0,3$ si le fluide se refroidit,

En faisant intervenir, pour le calcul du nombre de Reynolds, le diamètre hydraulique $D_h = 4A/P$

- **Écoulement perpendiculaire aux tubes**

Il faut distinguer les deux types d'arrangement des tubes ci-après :

—pas carré et écoulement dans des faisceaux alignés (figure 2.4) ;



Les flèches horizontales indiquent le sens d'écoulement du fluide.

p_l pas longitudinal
 p_t pas transversal

Figure 2.4 : Écoulement perpendiculaire aux tubes. Pas carré.

—pas triangulaire et écoulement dans des faisceaux en quinconces (figure 2.5).

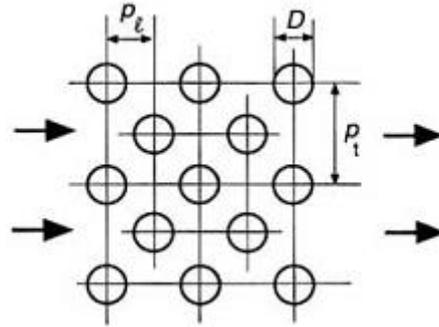


Figure 2.5. Écoulement perpendiculaire aux tubes. Pas triangulaire.

Les valeurs correspondantes de Nu pour les différents régimes d'écoulement du fluide (fonctions de Re) sont rassemblées dans le tableau 1.

| Tableau 1 – Expression du nombre de Nusselt en fonction des nombres de Reynolds et de Prandtl, pour différents écoulements perpendiculaires aux tubes | | | |
|---|--------------------|-----------------------------|--|
| Faisceaux alignés | Régime laminaire | $1 < Re < 10^2$ | $Nu = 0,9 Re^{0,4} Pr^{0,36}$ |
| | | $10^2 < Re < 10^3$ | $Nu = 0,52 Re^{0,5} Pr^{0,36}$ |
| | Régime transitoire | $10^3 < Re < 2 \times 10^5$ | $Nu = 0,27 Re^{0,63} Pr^{0,36}$ |
| | Régime turbulent | $Re > 2 \times 10^5$ | $Nu = 0,033 Re^{0,8} Pr^{0,4}$ |
| Faisceaux en quinconce | Régime laminaire | $1 < Re < 50$ | $Nu = 1,04 Re^{0,4} Pr^{0,36}$ |
| | | $50 < Re < 10^3$ | $Nu = 0,71 Re^{0,5} Pr^{0,36}$ |
| | Régime transitoire | $10^3 < Re < 2 \times 10^5$ | $Nu = b Re^{0,6} Pr^{0,36} \text{ (1)}$ |
| | Régime turbulent | $Re > 2 \times 10^5$ | $Nu = 0,031(p_t/p_\ell)^{0,2} Re^{0,8} Pr^{0,4}$ |

(1) avec $b = 0,35 (p_t/p_\ell)^{0,2}$ pour $p_t/p_\ell < 2$
 et $b = 0,40$ pour $p_t/p_\ell > 2$

p_t pas transversal
 et p_ℓ pas longitudinal du faisceau de tubes en quinconce.

4- Écoulement dans un espace annulaire

C'est le cas, en particulier, dans une double enveloppe, On définit le diamètre hydraulique :

$$D_h = 4A/P = (D_e - D_i) \quad (2.31)$$

avec D_e diamètre intérieur du tube extérieur,

D_i diamètre extérieur du tube intérieur.

- Si l'écoulement est **laminaire**, c'est-à-dire si l'on a $Re < 2\,300$, on

calcule **Nu** qui est la valeur limite que prend le nombre de Nusselt lorsque la longueur du tube tend vers l'infini.

Avec $0 < D_i/D_e < 1$

$$Nu = 3,66 + 1,2 (D_i/D_e)^{-0,8} \quad (2.32)$$

- Si l'écoulement est **turbulent**, on utilise la relation de Dittus-

Boelter en remplaçant D par D_h dans le calcul de Re et Nu . Le résultat Nu_{tube} est pondéré comme suit en fonction de la géométrie de l'espace annulaire :

$$Nu_{\text{annulaire}} = Nu_{\text{tube}} [0,86 (D_i/D_e)^{-0,16}] \quad (2.33)$$

4.2.2 Convection avec changement d'état

A- Ebullition

1- Convection avec ébullition à l'intérieur du tube

a- Tube vertical lisse

Lors de l'ébullition d'un liquide à l'intérieur d'un tube vertical lisse, on distingue, de bas en haut (figure 2.6) :

- une zone de convection forcée monophasique (A) ;
- une zone d'ébullition nucléée (B), caractérisée par la formation de bulles au contact de la paroi ;
- une zone de convection forcée à deux phases, où l'échange s'effectue par convection à travers un film liquide continu qui s'écoule le long de la paroi (C) ;
- une zone finale d'assèchement (D) où le film est discontinu, voire inexistant (titre massique de la vapeur supérieur à 85 %).

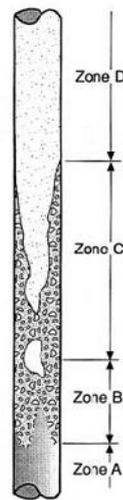


Figure 2.6. Convection avec ébullition à l'intérieur du tube.

La corrélation de **Gungor** s'applique aussi bien à la zone d'ébullition nucléée qu'à la zone à deux phases. Le coefficient de transmission thermique locale h_{ev} est la résultante d'un coefficient de convection thermique h_{cv} et d'un coefficient de transfert par ébullition h_{eb} :

$$h_{ev} = E_1 h_{cv} + S_1 \quad (2.34)$$

E_1 est un terme correctif sans dimension :

$$E_1 = 1 + 24\,000 \text{Bo}^{1,16} + 1,37 (1/X_{tt})^{0,86} \quad (2.35)$$

Avec Bo nombre d'ébullition,

X_{tt} nombre de Lockaert-Martinelli.

S_1 est un terme correctif sans dimension :

Le coefficient de convection thermique est calculé par la relation de Dittus-Boelter :

$$S_1 = 1/(1+1,15 \cdot 10^{-6} E_1^2 \text{Re}^{1,17})$$

b- Tube horizontal

On fait appel à la même méthode de calcul du coefficient de convection thermique si le nombre de Froude est supérieur à 0,05 ($\text{Fr} > 0,05$). Dans le cas contraire ($\text{Fr} < 0,05$), l'écoulement dans le tube a tendance à se stratifier et le coefficient de transmission diminue.

Le terme E_1 est remplacé par :

$$E_2 = E_1 (\text{Fr}^{0,1 - 2\text{Fr}}) \quad (2.36)$$

et le terme S_1 est remplacé par :

$$S_2 = S_1 \text{Fr}_1^{0,5} \quad (2.37)$$

2-Convection avec ébullition à l'extérieur des tubes

On calcule h_{eb} comme précédemment, ce qui donne la part du transfert thermique résultant de l'ébullition. Il faut, de plus, tenir compte de la part résultant de la convection naturelle.

Comme le transfert thermique lié à l'ébullition est prépondérant, ce que l'on peut vérifier, on peut estimer la température de paroi comme étant :

$$T_p = T_{sat} + \frac{q}{A \cdot h_{eb}} \quad (2.38)$$

Cela permet de calculer le nombre de **Grashof** et le coefficient de transfert h_{cn} en convection naturelle dont la valeur moyenne vérifie la relation :

$$\text{Nu} = (h_{cn} D) / \lambda = 0,47 \text{Ra}^{0,27} \quad (2.39)$$

B. Convection avec condensation à l'intérieur du tube

La même méthode peut s'appliquer au transfert de chaleur par condensation de vapeur pure à l'intérieur de tubes horizontaux, verticaux ou inclinés.

On détermine un coefficient de convection thermique du liquide par la corrélation de Dittus-Boelter :

$$h_l = 0,023 \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^0 \quad (2.40)$$

C. Convection avec condensation a l'extérieur du tube

1. Tube horizontal isolé

On écrit le même coefficient adimensionnel et l'on a, pour un écoulement laminaire :

$$h_{\text{adim}} = 1,2 \text{ Re}^{-1/3} \quad (2.41)$$

Dans le cas du tube isolé, l'épaisseur du film de condensat est toujours assez faible pour que l'écoulement soit laminaire.

2. Faisceau comportant n tubes dans un même rideau vertical

On a, selon Kern, un coefficient moyen h_{moy} tel que :

$$h_{\text{moy}}/h_{\text{cond}} = n^{-1/6} \quad (2.42)$$

➤ **Remarque**

Les corrélations citées s'appliquent à l'ébullition ou à la condensation de produits purs ayant une température de changement d'état constante à pression constante.

➤ **Applications: Echange de chaleur entre deux milieux séparés par une surface**

I) Flux thermique entre deux fluides séparés par une surface plane

Soient 2 fluides, l'un à la température m_1 et l'autre à la température m_2 , séparés par une surface plane. S est l'air de la surface. On suppose que $m_1 > m_2$.

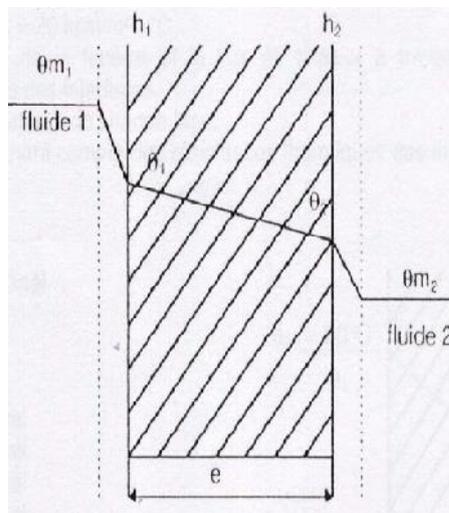


Figure 2.7. Transfert thermique entre deux fluides séparés par une surface plane.

1) Expression du flux thermique

Le flux thermique est tel que :

$$= S.h_1.(m_1 - \theta_1) = S/e.(\theta_1 - \theta_2) = S.h_2.(\theta_2 - m_2)$$

Donc : $m_1 - \theta_1 = \theta_1 - \theta_2 / S.h_1$

$$\theta_1 - \theta_2 = (m_1 - \theta_1) . S/e$$

$$\theta_2 - m_2 = (\theta_1 - \theta_2) / S.h_2$$

En additionnant membre à membre, on obtient :

$$m_1 - m_2 = \frac{1}{S} \cdot (1/h_1 + e/\lambda + 1/h_2) \cdot \Delta T$$

D'où l'expression du flux thermique

$$\dot{Q} = (m_1 - m_2) \cdot S / (1/h_1 + e/\lambda + 1/h_2) \quad (2.43)$$

2) Coefficient global de la résistance thermique R_{th} :

Le coefficient global de la résistance thermique est défini tel que :

$$\dot{Q} = R_{th}^{-1} \cdot (m_1 - m_2)$$

$$\dot{Q} = K \cdot (m_1 - m_2) \quad , \quad K : \text{Le coefficient global de transmission}$$

Donc :

$$R_{th} = K^{-1} = 1/h_1 + e/\lambda + 1/h_2 \quad (2.44)$$

Si on pose:

$R_1 = 1/h_1 S$ Résistance thermique du fluide 1

$R_m = e/\lambda \cdot S$ Résistance thermique de la surface

$R_2 = 1/h_2 S$ Résistance thermique du fluide 2

La Résistance thermique équivalente est alors :

$$R_{eq} = R_1 + R_m + R_2 \quad (2.45)$$

Chapitre III

Transfert de chaleur par rayonnement

III.1 Généralités

Le rayonnement est fondamentalement différent des deux autres types de transfert de chaleur, en ce sens que les substances qui échangent de la chaleur n'ont pas besoin d'être en contact l'une avec l'autre. Elles peuvent même être séparées par le vide. La manifestation la plus commune de ce phénomène est celle du rayonnement solaire qui nous parvient sur la terre après avoir parcouru une distance considérable dans le vide spatial.

Le rayonnement est l'émission d'ondes électromagnétiques par un corps chauffé, une explication générale du phénomène étant fournie par la théorie quantique. En 1900, le physicien allemand Max Planck utilisa la théorie quantique et le formalisme mathématique de la mécanique statistique pour vérifier la loi fondamentale du rayonnement, dite loi de Stefan. L'expression mathématique de cette loi indique que la puissance totalement émise (toutes longueurs d'onde comprises) par un corps chauffé est proportionnelle à T^4 , T étant la température absolue (c'est-à-dire exprimé en K) du corps. Seul un corps noir émet un rayonnement qui satisfait exactement à la loi de Planck, les corps réels émettant avec une puissance inférieure à celle que prévoit la loi de Stefan.

La contribution de toutes les fréquences à l'énergie de rayonnement est appelée pouvoir d'émission du corps : c'est la quantité d'énergie émise par unité de surface et par unité de temps. Le facteur de proportionnalité de la loi de Stefan est appelé constante de Stefan-Boltzman, du nom des deux physiciens autrichiens Josef Stefan et Ludwig Boltzmann, qui, respectivement, en 1879 et en 1884, découvrirent la relation entre le pouvoir d'émission et la température. Ainsi, plus la température est élevée, plus la puissance émise est importante. Outre l'émission, toutes les substances sont également capables d'absorber un rayonnement.

Les surfaces opaques peuvent absorber ou réfléchir les rayonnements incidents. En général, les surfaces mates et rugueuses absorbent mieux le rayonnement que les surfaces brillantes et polies. À l'inverse, les surfaces brillantes réfléchissent mieux le rayonnement que les surfaces mates. Les corps dotés d'un bon pouvoir d'absorption sont également de puissants émetteurs de chaleur, alors que les bons réflecteurs sont de mauvais émetteurs. Par exemple, les ustensiles de cuisine sont dotés de fonds mats pour une bonne absorption de la chaleur et de côtés polis pour une émission minimale, afin d'améliorer les transferts de chaleur.

On observe que les capacités d'absorption, de réflexion et de transmission d'une substance dépendent de la longueur d'onde du rayonnement incident. Le verre, par exemple, transmet de grandes quantités de rayonnement ultraviolet (ondes courtes), mais transmet mal le rayonnement infrarouge (ondes longues).

Le rayonnement fait intervenir un mécanisme physique qui est le rayonnement électromagnétique, dont la propagation est quasi instantanée, du moins à l'échelle des distances terrestres. Tous les corps solides, liquides ou gazeux émettent un rayonnement de nature électromagnétique. Cette émission d'énergie s'effectue au détriment de leur énergie interne.

Ce rayonnement thermique n'est pas une onde monochromatique. Il est composé de radiations de longueurs d'onde différentes, comprises entre 0,1 mm et 100 mm, donnant des spectres continus dans le cas des solides, ou des spectres de bandes dans le cas de certains gaz. Cette gamme de 0,1 mm à 100 mm ne représente qu'une toute petite portion du spectre des ondes électromagnétiques, qui s'étend de 10^{-8} mm pour les rayons cosmiques jusqu'à plusieurs Km pour les ondes hertziennes.

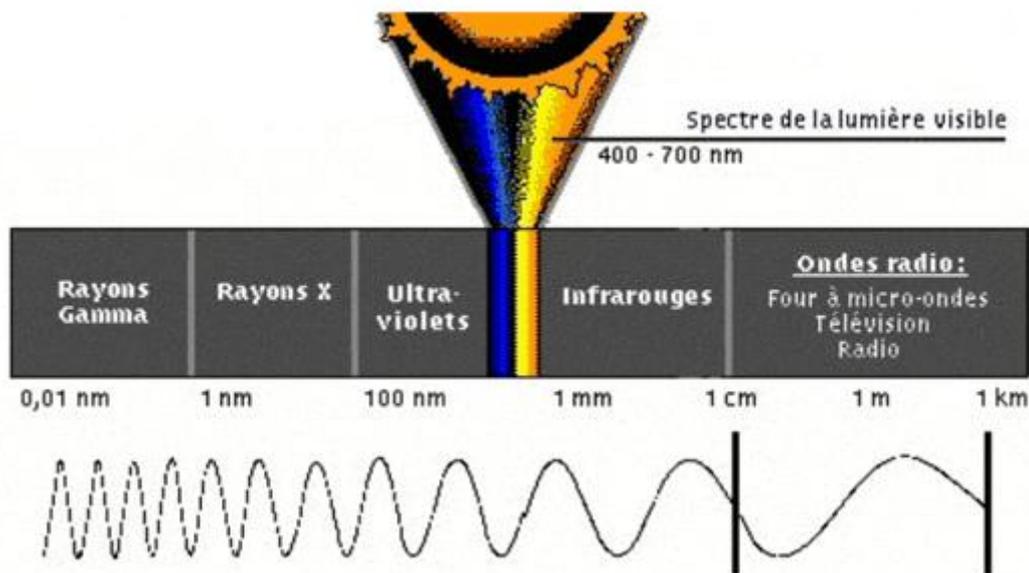


Figure 3.1. Le spectre électromagnétique

La propagation du rayonnement thermique s'effectue dans le vide en ligne droite, et à la vitesse de la lumière (3.10^8 m/s), sans aucune diminution de l'énergie transportée. On dit, de ce fait, que le vide est un milieu parfaitement transparent.

La plupart des gaz simples (O_2 , H_2 , N_2) sont également des milieux parfaitement transparents. Par contre, certains gaz composés (en particulier CO_2 , H_2O , CO), sont en revanche dits partiellement transparents, car la propagation s'y accompagne d'une diminution de l'énergie transportée, ce qui accroît d'autant l'énergie interne du gaz traversé. Certains liquides et solides (plastiques, verres) entrent également dans cette catégorie.

III.2. Transmission de chaleur par rayonnement

Pratiquement tous les corps (gaz, liquide ou solide) émettent un rayonnement électromagnétique. Ces radiations qui transportent de l'énergie peuvent se propager dans le vide: leur propagation suit les mêmes lois que celle de la lumière (vitesse identique, réflexion, réfraction, transmission, absorption). Les longueurs d'onde considérées dans le rayonnement thermique sont surtout dans l'infra-rouge entre 1 et 20 μm .

III.3. Origine du rayonnement: la transition électronique

Le rayonnement trouve son origine lors d'une transition électronique entre deux états d'énergie d'une molécule ou d'un atome:

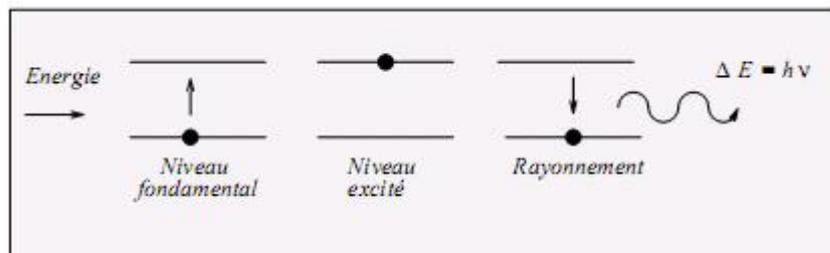


Figure 3.2. Transitions électroniques

III.4. Condition de rayonnement d'un corps

À la température du zéro absolu, les électrons ne peuvent se déplacer: ils sont prisonniers des atomes. Par contre, **tous les corps matériels, dont la température est supérieure à 0°K**, sont capables d'émettre de l'énergie sous forme de **Rayonnement** et d'en échanger entre eux. Un corps à la température T émet des ondes de plusieurs fréquences différentes, et la répartition de cette énergie dépend de la température du corps. La quantité d'énergie émise est liée à la température.

III.5. Classification des corps soumis à un rayonnement

- Si toute l'énergie incidente est absorbée, le corps est appelé **corps noir** ou radiateur intégral.

Propriétés du corps noir :

- Tous les corps noirs rayonnent de la même manière.
- Le corps noir rayonne plus que le corps non noir à la même température.
- Si une partie de l'énergie est absorbée, mais que cette partie est constante quelle que soit la longueur d'onde de l'énergie incidente, on dit que l'on a affaire à un **corps gris** (dans le cas contraire, à un corps **coloré**).
- Si la proportion d'énergie absorbée est indépendante de l'angle d'incidence du rayonnement reçu, on dit que le corps est **mat** (dans le cas contraire, on dit qu'il est **poli**).
- Si aucune énergie ne traverse le corps, on dit que ce dernier est **opaque** (le contraire de **transparent**).

III.6. Principe du chauffage par rayonnement

Lorsqu'un rayonnement incident atteint un corps, celui-ci **réfléchit** une partie du rayonnement (). Une partie est **transmise** () si le corps est partiellement transparent tandis que le reste de l'énergie du rayonnement incident est **absorbé** par le corps ().

III.7. Loi de conservation de l'énergie

Soit ϕ_i le flux incident, ϕ_r le flux réfléchi, ϕ_t le flux transmis et ϕ_a le flux absorbé, la conservation de l'énergie s'écrit :

$$\phi_i = \phi_a + \phi_t + \phi_r$$

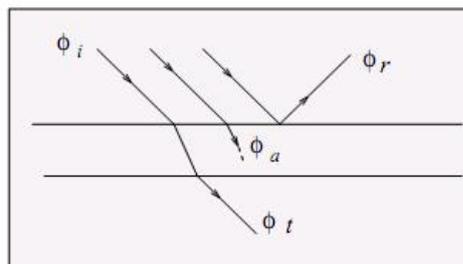


Figure 3.3. Transmission de rayonnement dans un corps.

➤ **Coefficient d'absorption thermique**

- = ϕ_r / ϕ_i : facteur de réflexion
- = ϕ_a / ϕ_i : facteur de d'absorption
- = ϕ_t / ϕ_i : facteur de transmission

La conservation de l'énergie s'écrit:

$$\boxed{\alpha + \rho + \tau = 1} \quad (3.1)$$

Ces paramètres caractérisent le comportement d'un corps vis à vis du rayonnement reçu. Le coefficient α est important en thermique : il mesure la proportion de conversion du rayonnement électromagnétique incident en énergie thermique.

Remarque:

Le coefficient α est faible pour les surfaces métalliques polies et non oxydées. Il augmente pour les corps qui apparaissent noirs mais reste toujours inférieur à l'unité.

III.8. Principales propriétés de transfert de chaleur par rayonnement

1- Flux énergétique de rayonnement (puissance de rayonnée)

On définit le flux énergétique de rayonnement d comme étant la quantité d'énergie (émise par une source ponctuelle) reçue par unité de temps par une surface dS . Il s'exprime en watts (W) (ou $J.s^{-1}$).

$$\boxed{d = dQ/dt} \quad (W) \quad (3.2)$$

Par exemple, le flux radiatif du soleil est d'environ $3,86 \times 10^{26}$ W.

Remarque : cette définition est indépendante de la longueur d'onde λ . C'est pourquoi, on introduit aussi des grandeurs « monochromatiques » c'est à dire sur un intervalle de longueurs d'onde $[\lambda, \lambda + d\lambda]$:

$$\boxed{d\lambda = dQ/d\lambda} \quad (W/m) \quad (3.3)$$

2- Émittance (Irradiance):

C'est la quantité d'énergie émise par une source, par unité de temps et par unité de surface de cette source, exprimé en W/m^2

$$\boxed{M = dQ/dS} \quad (W/m) \quad (3.4)$$

Q : Le flux thermique W

S : la surface de la source m^2

Par exemple : l'irradiance moyenne à la surface du soleil d'environ 7×10^8 m de rayon est donnée par:

$$M = \frac{R_{\text{soleil}}}{4} (R_{\text{soleil}})^2$$

$$= 3,86 \times 10^{26} / 4 (7 \times 10^8)^2 = 6,3 \times 10^7 \text{ W/m}^2$$

Émittance monochromatique

Remarque: L'irradiance par intervalle unitaire de longueur d'onde à la longueur d'onde est appelée irradiance monochromatique, M . L'irradiance est liée à l'irradiance monochromatique par la relation :

$$M = \int_0^\infty M \, d\lambda \quad (\text{Wm}^{-2} \mu\text{m}^{-1}) \quad (3.5)$$

III.9 Lois du rayonnement thermique

1. Loi de Planck

L'Émittance monochromatique d'un corps noir est donné par la loi de PLANCK (1900):

$$M = C_1 \cdot \frac{1}{\lambda^5} (e^{C_2/\lambda \cdot T} - 1) \quad (3.6)$$

Avec :

λ : longueur d'onde (en mètres),

T : température thermodynamique (en kelvins),

$$C_1 := 2 \, hc_0^2 = 3,742 \times 10^{-16} \text{ Wm}^2$$

h : constante de Planck ($= 6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$),

c_0 vitesse des ondes électromagnétiques ou célérité de la lumière ($= 2,9979 \times 10^8 \text{ m/s}$),

$$C_2 = hc_0/k = 0,014385 \text{ mK}$$

k : constante de Boltzmann ($= 1,380 \times 10^{-23} \text{ J/K}$)

Donc ; L'irradiance monochromatique dans le spectre d'émission d'un corps noir est uniquement déterminée par sa température.

2. Loi de Stefan-Boltzmann

Cette loi résulte de l'intégration de la formule de **Planck** sur tout le spectre de fréquence et donne l'exitance totale du rayonnement du corps noir :

$$M^* = \int_0^\infty M \, d\lambda = C \int_0^\infty \frac{d}{e^{(c/\lambda \cdot T)} - 1}$$

En posant $x = C_2 / T$, on trouve que :

$$M^* = C_1 / C_2 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \left(\frac{c_1 \pi^4}{15 \cdot c_2^4} \right) T^4$$

$$M^* = \sigma T^4$$

d'où (3.7)

où

$\sigma = 5.669 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ est la constante de Stefan-Boltzmann

L'expression $M^* = \sigma T^4$ a été établie expérimentalement par Stefan avant d'être démontrée théoriquement par Boltzmann d'où son nom : loi de Stefan-Boltzmann.

Donc L'énergie rayonnée dans l'unité de temps est déterminée par la formule :

$$Q = M^* \cdot S = \sigma T^4 S \quad (3.8)$$

: flux de chaleur rayonné

S : surface du corps

T : température absolue du corps (K).

3. Loi de Wien (ou loi du maximum d'émission)

La formule de Planck montre que, pour chaque valeur de T , M passe par un maximum qui correspond à une longueur d'onde λ_{\max} ; telle que

$$\lambda_{\max} T = 0,002896 \quad (\text{m} \cdot \text{K}) \quad (3.9)$$

Cette valeur maximale de l'exitance monochromatique est :

$$M_{\max} = 128,7 \times 10^3 (T/100)^5 \quad (\text{W}/\text{m}^2) \quad (3.10)$$

4. Absorption de l'énergie rayonnée :

➤ Loi de Kirchhoff

A une température T donnée et pour une longueur d'onde λ donnée, on définit un facteur d'émission (Émissivité) comme le rapport de l'exitance (Émittance) réelle d'un radiateur thermique à l'exitance du corps noir.

$$e_\lambda = M_\lambda / M_\lambda^* \quad (3.11)$$

M : Émittance réelle d'un radiateur thermique

M* : Émittance du corps noir.

Il est pratique de définir l'émissivité d'un corps gris par:

$$M = \epsilon \cdot T^4 \quad (3.12)$$

Un rayonnement qui tombe sur un corps noir est intégralement absorbé. S'il tombe sur un corps opaque non noir, il est partiellement absorbé et on définit un facteur d'absorption comme le rapport de l'énergie absorbée à l'énergie incidente.

$$\alpha = M_{(absorbé)} / M_{(incident)} \quad (3.13)$$

On a $\alpha < 1$ sauf pour les corps noirs. La loi de Kirchhoff établit que, pour chaque longueur d'onde et chaque direction de propagation du rayonnement émis par une surface ou incident sur celle-ci, les facteurs d'émission et les facteurs d'absorption monochromatiques directionnels sont égaux dans une direction x donnée et pour une longueur d'onde λ :

$$\epsilon_{\lambda, x} = \alpha_{\lambda, x} \quad (3.14)$$

Cette loi montre la relation étroite qui existe entre l'émission et l'absorption.

Dans la plupart des applications industrielles, ces facteurs sont considérés comme une constante, pour une plage de température et un état de surface donnés, et une valeur moyenne est utilisée.

➤ **Loi de Kirchhoff généralisée**

Pour un corps commun, gris et mat, le facteur d'émission totale est égal au facteur d'absorption. Il en résulte que l'exitance d'un corps gris et mat à la température T est égale à l'exitance du corps noir à la même température multipliée par son facteur d'absorption totale.

$$M = \alpha \cdot M_0 \quad (3.15)$$

α = coefficient de rayonnement. Donc $M = \alpha \cdot M_0$

M_0 : la constante de Stefan-Boltzmann : $M_0 = 5,670 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$

Remarque

- 1- Une surface opaque réfléchit toute la radiation qu'elle n'absorbe pas. Pour caractériser la réflexion de surface d'énergie radiative on introduit le concept de réflectivité :

$$r = M_{(réfléchi)} / M_{(incident)}$$

Le bilan radiatif à une surface opaque est donné par:

$$M_{(absorbé)} + M_{(réfléchi)} = M_{(incident)}$$

$$\alpha_{(absorbé)} / \alpha_{(incident)} + r_{(réfléchi)} / \alpha_{(incident)} = 1$$

$$+ r = 1$$

2- La radiation incidente sur une surface non opaque qui n'est ni absorbée ni réfléchi est nécessairement transmise. Pour caractériser la transmission d'énergie radiative on introduit le concept de transmissivité:

$$= \frac{\text{(transmis)}}{\text{(incident)}}$$

Le bilan radiatif à une surface non opaque est donné par:

$$\begin{aligned} & \text{(absorbé)} + \text{(réfléchi)} + \text{(transmis)} = \text{(incident)} \\ & \frac{\text{(absorbé)}}{\text{(incident)}} + \frac{\text{(réfléchi)}}{\text{(incident)}} + \frac{\text{(transmis)}}{\text{(incident)}} = 1 \\ & \boxed{+ r + = 1} \quad (3.16) \end{aligned}$$

III.10. Echange d'énergie par rayonnement

1- Facteur de forme

Considérons un échange par rayonnement entre deux surfaces quelconques S_i et S_j .

Soit :

Φ_{ij} le flux total émis par S_i et reçu par S_j et $\Phi_i = M_i \cdot S_i$ le flux total émis par S_i

on appelle **facteur de forme** (appelé aussi facteur d'angle) de S_i vers S_j le rapport

$$F_{ij} = \Phi_{ij} / \Phi_i ; \quad 0 \leq F_{ij} \leq 1$$

F_{ij} représente donc la fraction du flux émis par S_i tombant directement sur S_j .

La notion de facteur de forme permet d'écrire :

$$\Phi_{ij} = M_i \cdot S_i \cdot F_{ij}$$

De la même manière, nous aurons l'expression suivante pour la part F_{ji} de flux hémisphérique émis par S_j et qui atteint S_i :

$$\Phi_{ji} = M_j \cdot S_j \cdot F_{ji} = \Phi_j \cdot F_{ji} \quad (3.17)$$

Remarques : le facteur de forme F_{ii} d'une surface sur elle-même n'est nulle que si cette surface est plane ou convexe.

) Règles de sommation et de réciprocité

On considère une enceinte constituée de N surfaces isothermes S_1, S_2, \dots, S_N . La définition du facteur de forme induit **la règle de complémentarité** :

$$\boxed{\sum_{j=1}^N F_{ji} = 1} \quad (3.18)$$

D'autre part, quelles que soient les surfaces considérées, la partie intégrale de l'expression de F_{ji} étant invariante par permutation des indices i et j , on déduit la **règle de réciprocité** :

$$S_i F_{ij} = S_j F_{ji} \quad (3.19)$$

Ces règles permettent de calculer rapidement de nombreux facteurs de formes.

) **Quelques facteurs de formes**

Il existe dans la littérature des tables permettant de calculer les facteurs de formes. Nous donnons ici quelques valeurs directement déduites des règles que nous venons d'énoncer

- Plans parallèles proches :

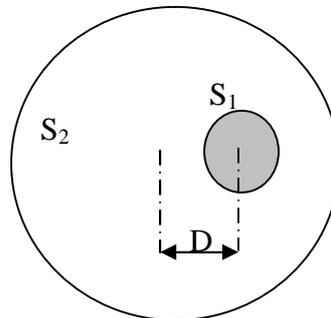
$$F_{11}=0 \quad F_{12}=1 \quad F_{21}=1 \quad F_{22}=0$$

- **Cylindres** parallèles, emboîtés, de grande longueur, quelle que soit la distance D de leurs axes :

$$F_{11}=0 \quad F_{12}=1 \quad F_{21}=R_1/R_2 \quad F_{22}=1-R_1/R_2$$

- **Sphères** emboîtés quelle que soit la distance D de leurs centres :

$$F_{11}=0 \quad F_{12}=1 \quad F_{21}=(R_1/R_2)^2 \quad F_{22}=1-(R_1/R_2)^2$$



2- Flux net (Puissance radiative nette)

La surface S_1 émet vers S_2 un flux $\Phi_{1 \rightarrow 2}$. Mais la surface S_2 émet simultanément vers S_1 un flux $\Phi_{2 \rightarrow 1}$. Le flux net échangé est naturellement la différence des deux, soit :

$$\Phi_{net} = \Phi_{1 \rightarrow 2} - \Phi_{2 \rightarrow 1} = M_1 \cdot S_1 \cdot F_{1 \rightarrow 2} - M_2 \cdot S_2 \cdot F_{2 \rightarrow 1}$$

Par réciprocité, on peut dire que le flux est le même dans un sens comme dans l'autre (au signe près), ce qui nous permet d'écrire :

$$\Phi_{net} = S_1 \cdot F_{1 \rightarrow 2} (M_1 - M_2) = S_2 \cdot F_{2 \rightarrow 1} (M_1 - M_2)$$

On en déduit que $S_1 \cdot F_{1 \rightarrow 2} = S_2 \cdot F_{2 \rightarrow 1}$ et de manière plus générale :

$$S_i \cdot F_{i \rightarrow j} = S_j \cdot F_{j \rightarrow i} \text{ et } F_{i \rightarrow j} = F_{j \rightarrow i} = 1$$

III.10.1 Cas de Corps noir dans une cavité noire

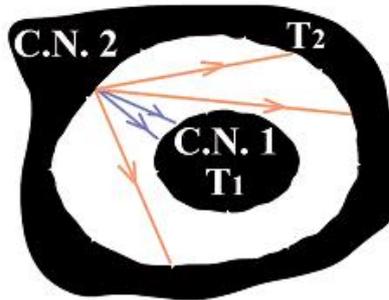


Figure 3.4 : Echange thermique par rayonnement d'un Corps noir dans une cavité noire

Le corps noir (1) dans la cavité du corps noir (2) ne reçoit pas toute l'énergie émise par la cavité. Une partie est bien reçue par (1), mais, une autre est restituée à (2). On introduit un « **FACTEUR DE FORME** », noté $F_{1 \rightarrow 2}$ nécessairement < 1 , pour traduire la fraction d'énergie réellement interceptée par le corps noir (1). Ainsi :

$$\text{échangé par 1} = \text{émis par 1} - \text{reçu par 1}$$

Remarquons qu'en respectant les conventions adoptées pour la thermodynamique, nous aurions dû écrire :

$$\text{échangé par 1} = \text{reçu par 1} - \text{émis par 1}$$

puisque ce sont les quantités reçues qui devraient être comptées positivement

Donc : $\text{échangé par 1} = S_1 T_1^4 - F_{2 \rightarrow 1} T_2^4 S_2$ d'après la loi de Stefan-Boltzmann.

En se plaçant dans le cas particulier où (équilibre thermique) $T_1 = T_2$ donc pas d'échange, la relation devient :

$$\text{échangé par 1} = S_1 T_1^4 - F_{2 \rightarrow 1} T_1^4 S_2 = 0 = T_1^4 (S_1 - F_{2 \rightarrow 1} S_2) \text{ ce qui implique que } S_1 = F_{2 \rightarrow 1} S_2$$

Au final :

$$\text{échangé par 1} = S_1 (T_1^4 - T_2^4) \quad (3.20)$$

III.10.2 Echange entre 2 corps noirs

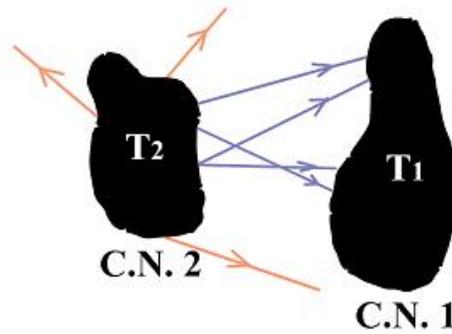


Figure 3.5 : Echange par rayonnement entre deux corps noirs.

Il faut ici introduire deux facteurs de forme :

- $F_{1 \rightarrow 2}$ pour caractériser la partie du flux émis par (2) et qui est bien interceptée par (1)
- $F_{2 \rightarrow 1}$ qui sert à caractériser cette fois la partie du flux émis par (1) et arrivant bien sur (2).

Le flux échangé par (1) avec (2) s'exprime par :

$$\begin{aligned} \text{échangé par 1} &= \text{émis par 1} - \text{reçu par 1} \\ &= F_{1 \rightarrow 2} S_1 - F_{2 \rightarrow 1} S_2 \\ &= F_{1 \rightarrow 2} S_1 (T_1^4 - F_{2 \rightarrow 1} T_2^4 / S_2) \end{aligned}$$

En exploitant le cas particulier où les deux températures sont nulles, (pas d'échange), on obtient :

$$F_{1 \rightarrow 2} S_1 (T_1^4 - F_{2 \rightarrow 1} T_2^4 / S_2) = 0 \text{ ce qui donne :}$$

$$F_{1 \rightarrow 2} S_1 = F_{2 \rightarrow 1} S_2$$

Enfinement : $\text{échangé par 1} = F_{1 \rightarrow 2} S_1 (T_1^4 - T_2^4)$ (3.21)

III.10.3 Cas général : échange entre 2 corps gris

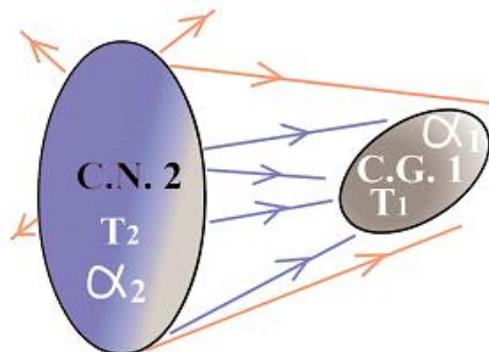


Figure 3.6 : Echange par rayonnement entre un corps noir et un corps gris.

Ils sont donc caractérisés par :

- leur émissivité respective, assimilable à leur absorption : ϵ_1 et ϵ_2
- leur facteur de forme respectif : $F_{2 \rightarrow 1}$ et $F_{1 \rightarrow 2}$

Les corps présents dans cet échange sont gris.

On peut cette fois ci écrire :

échangé par 1 = envoyé sur 2 - reçu de 2

$$\text{échangé par 1} = F_{1 \rightarrow 2} S_1 \epsilon_1 T_1^4 - F_{2 \rightarrow 1} S_2 \epsilon_2 T_2^4$$

Là encore, tirons une information du cas particulier des deux températures égales :

$F_{1 \rightarrow 2} S_1 = F_{2 \rightarrow 1} S_2$ relation que nous avons déjà obtenue précédemment.

En définitive :

$$\text{échangé par 1 avec 2} = F_{1 \rightarrow 2} S_1 (\epsilon_1 T_1^4 - \epsilon_2 T_2^4) \quad (3.22)$$

Bibliographie

) *En Français*

Initiation aux transferts thermiques, Jean-François Sacadura, éd. Lavoisier, Paris 1993.

Transferts thermiques . Jean Taine et Jean-Pierre Petit, éd. Dunod, Paris 1995.

La transmission de la chaleur . vol.1, tome 1: Généralités . La conduction . André B. De Vriendt, éd. Gaëtan Morin, 1982.

Transferts de chaleur. H. Coudanne ; A. Bouvenot, Edité par Masson, 1981

) *En Anglais*

Handbook of Heat Transfer, Warren M. Rohsenow, P. James Hartnett, I. Young Cho

Handbook of Numerical Heat Transfer, 2nd Edition; W. J. Minkowycz , E. M. Sparrow , J. Y. Murthy (Editor) ; ISBN: 978-0-471-34878-8

A Heat Transfer Textbook, 4th edition, John H. Lienhard IV, University of Houston, John H. Lienhard V, Massachusetts Institute of Technology., John H. Lienhard IV and John H. Lienhard V. E. R. G. Eckert and R. M. Drake, Jr.

Analysis of Heat and Mass Transfer, McGraw-Hill Book Company, New York, 1972. M. Jakob. *Heat Transfer*. John Wiley & Sons, New York, 1949.

Heat Transmission, W. H. McAdams.. McGraw-Hill Book Company, New York, 3rd edition, 1954.

Conduction of Heat in Solids, H. S. Carslaw and J. C. Jaeger. Oxford University Press, New York, 2nd edition, 1959. Very comprehensive, but quite dense.