Université Djilali Bounâama de Khemis Miliana

Faculté des sciences et de la technologie – Département M.I

L2 – Systèmes informatiques / Semestre 3

Matière : Logique mathématique **Année universitaire : 2020/2021**

Série 02

Exercice n° 1 : Enoncer et démontrer les contraposées des propositions suivantes :

- Si n^2 est impair alors n est impair (n est un entier).
- Une formule α est une tautologie si et seulement si $\neg\alpha$ est non satisfiable.

Exercice n° 2 : Démonter par l'absurde les propositions suivantes :

- Démontrer que si vous rangez (n+1) enveloppes dans n tiroirs distincts, alors il y a au moins un tiroir contenant au moins 2 enveloppes.
- Démontrer que $\forall \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}, (\boldsymbol{x} \neq \mathbf{0}) \Rightarrow (\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{x}} \neq \mathbf{0})$

Exercice n° 03 : Prouver la validité de la proposition suivante en utilisant une démonstration par l'hypothèse auxiliaire ensuite la résolution par réfutation :

1) $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma), \beta \vdash \alpha \rightarrow \gamma$?
2) $\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \gamma \vdash \alpha \rightarrow \gamma$? (Sans utiliser la règle de transitivité)

Exercice n° 04 : Prouver les déductions suivantes en utilisant la règle de résolution ensuite une résolution par réfutation :

1) $\{P \vee Q \vee R, \neg P \vee R \vee Q, \neg Q \vee R\} \vdash R$
2) $\{P \vee Q, \neg P \vee R, \neg P \vee Q\} \vdash Q \vee R$

- Générer le graphe de déduction adéquat.

Exercice n° 05 : On considère l'énoncé suivant :

1. Pour que Toto réussisse l'examen de logique, il est nécessaire et suffisant que, premièrement, elle assiste au cours, deuxièmement, elle cesse de parler avec sa voisine, et finalement, qu'elle écoute le professeur.

2. Mais si Toto écoute le professeur, c'est qu'elle assiste au cours et cesse de parler avec sa voisine.

3. Donc il est nécessaire et suffisant que Toto écoute le professeur pour qu'elle réussisse l'examen de logique.

- Formalisez ces 3 phrases en utilisant des variables propositionnelles et des connecteurs logiques.
- Prouver en utilisant la règle de résolution ensuite la résolution par réfutation la 3ème phrase.

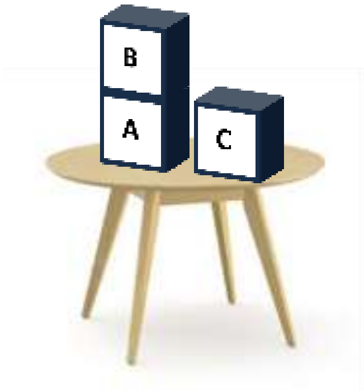
Exercice n° 06 : On considère les formules suivantes :

$\alpha1$: P → (Q → P)

$\alpha2$: P → (Q → ¬P)

- Générer l'arbre syntaxique de $\alpha 1\ et\ \ \alpha 2$
- Vérifier leur validité en utilisant un arbre sémantique

Exercice n° 07 : Soit à représenter le positionnement des trois objets A, B et C sur une table :



- Représenter le positionnement des objets avec des formules logiques d'ordre 0+:

- Exemple : SurTable(A),…

- Généraliser la représentation pour tout objet couvert.

Exercice n° 08 : Logique d'ordre 1

1. Définir les concepts suivants en donnant des exemples :

Littéral, Formule, Terme, Clause

2. Représenter avec des formules logiques d'ordre1 les énoncés suivants, déduire ensuite une nouvelle hypothèse pour chaque ensemble :

Ensemble 1 :

- Tous les chiens sont des animaux

- Tous les animaux vont mourir

- Fido est un chien

Ensemble 2 :

- Quiconque sait lire est instruit

- Les dauphins ne sont pas instruits

- Certains dauphins sont intelligents

Exercice n° 09 : Substitution et unification

Soit les deux littéraux $\alpha 1=p(f(x),z),\ \alpha 2=p(y,A)$

Soit les substitutions $\theta=\{y=f(x),z=A\}$, $\sigma=\{y=f(A),x=A,z=A\}$, $\gamma=\{x=A\}$

1. Calculer les instances $\alpha 1\theta$, $\alpha 2\theta$, $\alpha 1\sigma$, $\alpha 2\sigma$, que peut-on déduire ?
2. Calculer les compositions $\theta\gamma$, $\theta\sigma$
3. Calculer l'unificateur le plus général pour les paires

   $S1=\{\ p(f(x),z),\ \alpha 2=p(y,A)\}$

   $S2=\{p(f(y),x),\ p(x,y)\}$

Exercice n° 10 : Preuve par résolution

Reprendre la représentation logique des ensembles 1 et 2 de l'exo 8 :

- Transformer les formules logiques sous forme normale conjonctive
- Déduire en utilisant la preuve par résolution que :
  - Fido va mourir (pour l'ensemble 1)
  - Certains intelligents ne savent pas lire (pour l'ensemble 2)