

## Série 01

**Exercice 1 :** soient les propositions suivantes :

P : Socrate est un homme,      Q : Médor est un chien,      R : Il pleut,      S : Il fait beau,

Ecrire en langage propositionnel les phrases suivantes :

1 : Socrate n'est pas un homme,      2 : Médor n'est pas un chien,

3 : Socrate est un homme et Médor est un chien,      4 : Il pleut ou il fait beau,

5 : Si Socrate est un homme, alors Médor est un chien

**Exercice 2 :** Supposons que les chiens aboient et que la caravane passe. Traduisez les propositions suivantes en langage propositionnel.

On note P : les chiens aboient et Q : la caravane passe.

1 : Si la caravane passe, alors les chiens aboient.      2 : Les chiens n'aboient pas.

3 : La caravane ne passe pas ou les chiens aboient.      4 : Les chiens n'aboient pas et la caravane ne passe pas.

**Exercice 3 :** En interprétant P par "je pars", Q par "tu restes" et R par "il n'y a personne", traduisez les formules logiques suivantes en phrases du langage naturel :

1 :  $(P \wedge \neg Q) \Rightarrow R$       2 :  $(\neg P \vee Q) \Rightarrow \neg R$

**Exercice 4 :** Soit P la proposition "X connaît Y" et Q la proposition "Y connaît X"

Ecrire sous forme propositionnelle les expressions suivantes :

a. X connaît Y mais Y ne connaît pas X.      b. X et Y se connaissent.

c. X et Y ne se connaissent pas.      d. Y est connu par X mais X n'est pas connu par Y

**Exercice 5 :** Soit a, b, c des réels. Ecrire la négation des propositions suivantes :

1 :  $a \leq -2$  ou  $a \geq 3$  ;      2 :  $a \leq 5$  et  $a > -1$  ;      3 :  $a \leq 5$  ou  $3 > c$  ;

**Exercice 6 :** Evaluer les formules suivantes en utilisant les tables de vérité.

1 :  $(P \Rightarrow Q) \vee (Q \Rightarrow P)$       2 :  $(P \Leftrightarrow Q) \wedge (P \Leftrightarrow \neg Q)$       3 :  $(P \wedge Q) \Rightarrow (R \Leftrightarrow (\neg S))$

**Exercice 7 :** En utilisant les tables de vérité, démontrer que :

1 :  $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$       2 :  $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$

3 :  $(P \Leftrightarrow Q) \equiv (P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$

**Exercice 8 :** Relier les propositions équivalentes

$$1 : \neg(P \wedge Q) \qquad a : \neg P \wedge \neg Q$$

$$2 : \neg(P \vee Q) \qquad b : Q \Rightarrow (\neg P)$$

$$3 : P \Rightarrow (\neg Q) \qquad c : \neg P \vee \neg Q$$

$$4 : \neg(P \Rightarrow Q) \qquad d : P \wedge (\neg Q)$$

Vérifiez en utilisant la table de vérité.

**Exercice 9 :** Soit P, Q, R des propositions. Dans chacun des cas suivants, les propositions citées sont-elles la négation l'une de l'autre ? (utilisez les tables de vérité)

$$1 : (P \wedge Q) ; (\neg P \wedge \neg Q) ; \quad 2 : (P \Rightarrow Q) ; (\neg Q \Rightarrow \neg P) ; \quad 3 : (P \vee Q) ; (P \wedge Q).$$

Dans le cas échéant, calculez leurs négations.

**Exercice 10 :** Montrer que la formule  $(\alpha \wedge \beta) \Rightarrow \gamma$  est logiquement équivalente à la formule  $\alpha \Rightarrow (\beta \Rightarrow \gamma)$ , où  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  sont des variables propositionnelles quelconques.

- a. Utiliser la table de vérité
- b. Sans utiliser la table de vérité

**Exercice 11 :** A l'aide des tables de vérité, déterminez l'interprétation sémantique de chacune des propositions suivantes :

$$1 : (p \vee q) \Rightarrow (q \vee p)$$

$$2 : p \rightarrow (q \rightarrow p)$$

$$3 : \neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$$

$$4 : (\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p$$

$$5 : ((\neg p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow \neg q)) \Rightarrow p$$

$$6 : ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

**Exercice 12 :** Vérifiez si les ensembles suivants sont satisfiables :

$$T1 = \{ P \wedge Q, P \vee Q, P \Rightarrow Q, P \Leftrightarrow Q, \neg P \}$$

$$T2 = \{ \neg P \Rightarrow Q, \neg P \Rightarrow \neg Q \}$$

**Exercice 13 :**  $P \Rightarrow Q \models P \Leftrightarrow Q$  ?  $\neg P \Rightarrow Q \models \neg Q \Rightarrow P$  ?

**Exercice 14 :** Ecrire sous FNC et FND les formules suivantes :

- o  $P \Leftrightarrow Q$
- o  $(P \Rightarrow R) \vee (R \Rightarrow Q)$
- o  $\neg(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \vee (R \Rightarrow Q)$

**Exercice 15 :** Montrer que les ensembles suivants forment des systèmes complets

- o  $S1 = \{\neg, \vee\}$ ,  $S2 = \{\neg, \wedge\}$ ,  $S3 = \{\neg, \rightarrow\}$