

Série 01

Exercice 1 : soient les propositions suivantes :

P : Socrate est un homme, Q : Médor est un chien, R : Il pleut, S : Il fait beau,

Ecrire en langage propositionnel les phrases suivantes :

1 : Socrate n'est pas un homme, 2 : Médor n'est pas un chien,

3 : Socrate est un homme et Médor est un chien, 4 : Il pleut ou il fait beau,

5 : Si Socrate est un homme, alors Médor est un chien

Exercice 2 : Supposons que les chiens aboient et que la caravane passe. Traduisez les propositions suivantes en langage propositionnel.

On note P : les chiens aboient et Q : la caravane passe.

1 : Si la caravane passe, alors les chiens aboient. 2 : Les chiens n'aboient pas.

3 : La caravane ne passe pas ou les chiens aboient. 4 : Les chiens n'aboient pas et la caravane ne passe pas.

Exercice 3 : En interprétant P par "je pars", Q par "tu restes" et R par "il n'y a personne", traduisez les formules logiques suivantes en phrases du langage naturel :

1 : $(P \wedge \neg Q) \Rightarrow R$ 2 : $(\neg P \vee Q) \Rightarrow \neg R$

Exercice 4 : Soit P la proposition "X connaît Y" et Q la proposition "Y connaît X"

Ecrire sous forme propositionnelle les expressions suivantes :

a. X connaît Y mais Y ne connaît pas X. b. X et Y se connaissent.

c. X et Y ne se connaissent pas. d. Y est connu par X mais X n'est pas connu par Y

Exercice 5 : Soit a, b, c des réels. Ecrire la négation des propositions suivantes :

1 : $a \leq -2$ ou $a \geq 3$; 2 : $a \leq 5$ et $a > -1$; 3 : $a \leq 5$ ou $3 > c$;

Exercice 6 : Evaluer les formules suivantes en utilisant les tables de vérité.

1 : $(P \Rightarrow Q) \vee (Q \Rightarrow P)$ 2 : $(P \Leftrightarrow Q) \wedge (P \Leftrightarrow \neg Q)$ 3 : $(P \wedge Q) \Rightarrow (R \Leftrightarrow (\neg S))$

Exercice 7 : En utilisant les tables de vérité, démontrer que :

1 : $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$ 2 : $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$

3 : $(P \Leftrightarrow Q) \equiv (P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$

Exercice 8 : Relier les propositions équivalentes

$$1 : \neg(P \wedge Q) \qquad a : \neg P \wedge \neg Q$$

$$2 : \neg(P \vee Q) \qquad b : Q \Rightarrow (\neg P)$$

$$3 : P \Rightarrow (\neg Q) \qquad c : \neg P \vee \neg Q$$

$$4 : \neg(P \Rightarrow Q) \qquad d : P \wedge (\neg Q)$$

Vérifiez en utilisant la table de vérité.

Exercice 9 : Soit P, Q, R des propositions. Dans chacun des cas suivants, les propositions citées sont-elles la négation l'une de l'autre ? (utilisez les tables de vérité)

$$1 : (P \wedge Q) ; (\neg P \wedge \neg Q) ; \quad 2 : (P \Rightarrow Q) ; (\neg Q \Rightarrow \neg P) ; \quad 3 : (P \vee Q) ; (P \wedge Q).$$

Dans le cas échéant, calculez leurs négations.

Exercice 10 : Montrer que la formule $(\alpha \wedge \beta) \Rightarrow \gamma$ est logiquement équivalente à la formule $\alpha \Rightarrow (\beta \Rightarrow \gamma)$, où α , β et γ sont des variables propositionnelles quelconques.

- Utiliser la table de vérité
- Sans utiliser la table de vérité

Exercice 11 : A l'aide des tables de vérité, déterminez l'interprétation sémantique de chacune des propositions suivantes :

$$1 : (p \vee q) \Rightarrow (q \vee p)$$

$$2 : p \rightarrow (q \rightarrow p)$$

$$3 : \neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$$

$$4 : (\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p$$

$$5 : ((\neg p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow \neg q)) \Rightarrow p$$

$$6 : ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

Exercice 12 : Vérifiez si les ensembles suivants sont satisfiables :

$$T1 = \{ P \wedge Q, P \vee Q, P \Rightarrow Q, P \Leftrightarrow Q, \neg P \}$$

$$T2 = \{ \neg P \Rightarrow Q, \neg P \Rightarrow \neg Q \}$$

Exercice 13 : $P \Rightarrow Q \models P \Leftrightarrow Q$? $\neg P \Rightarrow Q \models \neg Q \Rightarrow P$?

Exercice 14 : Ecrire sous FNC et FND les formules suivantes :

- $P \Leftrightarrow Q$
- $(P \Rightarrow R) \vee (R \Rightarrow Q)$
- $\neg(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \vee (R \Rightarrow Q)$

Exercice 15 : Montrer que les ensembles suivants forment des systèmes complets

- $S1 = \{\neg, \vee\}$, $S2 = \{\neg, \wedge\}$, $S3 = \{\neg, \rightarrow\}$