

SÉRIE D'EXERCICES N°1

Exercice N°1 :

Un milieu est en équilibre par rapport à un repère orthonormé absolu direct $Oxyz$. Les composantes du tenseur des contraintes dans ce repère sont

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0, \quad \sigma_{zz} = \alpha(l - z)$$

où α et l sont des constantes données.

En déduire l'expression de la densité volumique des forces extérieures \mathbf{f} .

Exercice N°2 :

Soit en un point M d'un milieu continu l'état de contrainte (en MPa), caractérisé dans le repère cartésien $Oxyz$, par la matrice :

$$\sigma = \begin{bmatrix} 15 & -5 & 0 \\ -5 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Calculer :

- la pression moyenne,
- la matrice du *déviateur* des contraintes,
- le vecteur contrainte qui s'exerce sur le plan passant par M et de normal $\vec{n} = (1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$,
- les contraintes principales et les normales aux plans principaux.

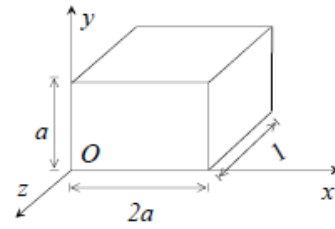
Exercice N°3 :

Une éprouvette cylindrique est placée dans une presse. Elle est soumise à une pression de confinement p et à une compression uniaxiale suivant sa génératrice. Donnez l'expression du tenseur des contraintes dans une base de votre choix.

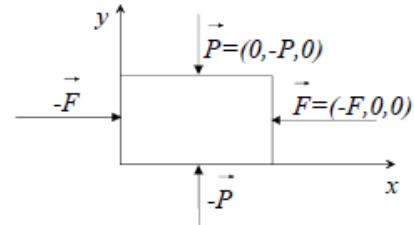
Exercice N°4 :

On considère un bloc de roche de longueur unité et de base rectangulaire.

Soit $Oxyz$ le système d'axes cartésien tel que la base du bloc soit dans le plan Oxy . On note alors $2a$ et a les dimensions de cette base suivant les axes Ox et Oy , respectivement.



- a) On soumet ce bloc à des forces uniformément réparties sur les faces xz et yz et agissant perpendiculairement à celles-ci. Les faces xy sont libres de tout effort. On a représenté ci-contre les résultantes par face de chacune de ces forces.

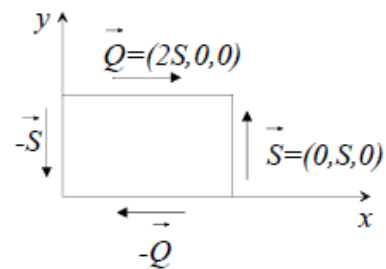


En notant F et P le module des forces \vec{F} et \vec{P} , donner dans le repère xyz la matrice du tenseur des contraintes auquel est soumis le bloc. On notera σ^I cette matrice.

A.N. : $a = 5$ cm, $F = 500$ kN, $P = 300$ kN. Exprimer les contraintes en MPa.

- b) On superpose aux sollicitations précédentes, et toujours sur les mêmes faces, les efforts représentés ci-contre.

En notant S le module de la force \vec{S} donner dans le repère xyz la matrice représentative de l'état de contraintes supplémentaires. On notera σ^{II} cette matrice.



A.N. : $S = 200$ kN. Exprimer les contraintes en MPa.

- c) Calculer alors la matrice σ des contraintes totales.