Université Djilali Bounaama de Khemis Miliana **LMD S.M**
Faculté des Sciences et de la Technologie **Programmation numérique**
Niveau: 1er année master physique théorique **07-10-2020**

Examen de semestre 2
(01 heure 30 minutes)

Exercice 01: (07 points)

On veut calculer l'unique racine positive r de l'équation $f(x) = 0$ où

$$f(x) = e^x - x - 2$$

On vous propose d'appliquer 2 méthodes de points fixes, basées sur les fonctions suivantes

$$g_1(x) = e^x - 2$$
$$g_2(x) = ln(x + 2)$$

1- Comment ces fonctions g_1 et g_2 ont-elles été obtenues ? (Détaillez vos réponses).
2- Dans quel intervalle de longueur 1 se trouve cette racine ? (justifier).
3- En déduire si les deux méthodes de points fixes g_1 et g_2 convergent.
4- Faire deux itérations à partir de $x_0 = 1$ pour chacune des deux méthodes de point fixe.
5- Appliquer la méthode de Newton à l'équation de départ et faites 2itérations à partir de $x_0 = 1$.
6- Pour quelle(s) valeur(s) de x_0 ne peut-on pas démarrer la méthode de Newton.

Exercice 02: (07 points)

On pose

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

1) Donner la décomposition LU de la matrice A (i.e. $A = LU$ avec L triangulaire inféréieure et U triangulaire supérieure)
2) En déduire la solution du système linéaire $Ax = b$ où b = $(9, 9, 6)^T$.
3) En déduire le déterminant de la matrice A.
4) Soit $B = U^T A L^T$, sans calculs supplémentaires, donner une décomposition $L_1 U_1$ de la matrice B.

Exercice 03: (06 points)

On considérer, pour $t \in [1, 2]$, le problème de Cauchy suivant:

$$\begin{cases} y'(t) = te^{-y(t)} \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

a) Le problème admet-il une et une seule solution ?
b) Donner la solution exacte de ce problème. Quelle est la valeur de $y(2)$?
c) On prend un pas de temps $\Delta t = 0,5$ et $y_0 = 0$. Quelle approximation de $y(2)$ obtient-on avec le schéma d'Euler ?

M. BOUKABCHA ** BON COURAGE**