جامعة الجيلالي بونعامة بخميس مليانة

معهد العلوم الاقتصادية   السنة الأولى LMD   الفروع 1،2،3   (2017/16)

الرياضيات 2   ⏲ : 1 سا 30   2016-06- 08

EXAMEN DE RATTRAPAGE

تصحيح نموذجي

ضع إشارة (×) في الخانة التي تُعبر عن الإجابة الصحيحة، أو أكمل الفراغات بإجابات صحيحة.

تمرين 1 [4.5]

نعتبر الفضاء الجزئي : $A=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3,\quad 3x=2y=z\}$

1.5

1. أساس الفضاء A ، هو: $\{(1,2,3)\}$ ☐ ، $\{(2,3,0),(1,0,3)\}$ ☐ ، $\{(2,3,6)\}$ ☒

2. الشعاع $v=(2,2,1)$ ينتمي إلى الفضاء A : نعم ☐ ، لا ☒ 1.5

3. الأشعة $(2,2,1)$،$(2,0,1)$،$(2,0,0)$: مرتبطة خطيا ☐ ، مستقلة خطيا ☒ 1.5

تمرين 2 [4.5]

الفضاء الشعاعي $\mathbb{R}^3$ مزود بالأساس القانوني $\mathcal{B}=\{e_1,e_2,e_3\}$.

f تطبيق خطي من $\mathbb{R}^3$ في $\mathbb{R}^3$: $f(e_1)=(-2,3,1)$, $f(e_2)=(1,-3,2)$, $f(e_3)=(-3,-2,1)$

1. الصورة $f(x,y,z)$ تُعطى بالعبارة : 1.5

$(2x+3y+z\,,\,x-3y+2z\,,-3x-2y+z)$ ☐ ، $(-2x+y-z\,,-3z\,,\,3x-3y-2z\,,\,x+2y+z)$ ☒

2. أساس الفضاء الشعاعي الجزئي $\mathrm{Im}f$ ، هو: 1.5

$\langle(-3,-2,1)\rangle$ ☐ ، $\langle(-2,3,1),(1,-3,2),(-3,-2,1)\rangle$ ☒ ، $\langle(-2,3,1),(1,-3,2)\rangle$ ☐

3. الفضاء الشعاعي الجزئي الشعاعي الجزئي $\mathrm{Ker}(f)$ ، هو: 1.5

$\langle(2,3,-2),(-3,1,2)\rangle$ ☐ ، $\langle(-3,1,2)\rangle$ ☐ ، $\{(0,0,0)\}$ ☒

تمرين 3 [4]

نعتبر في الأساس القانون لـ $\mathbb{R}^3$ المصفوفة $M=\begin{pmatrix}0&1&-1\\4&-3&4\\3&-3&4\end{pmatrix}$

1.5

1. حساب: $M^2=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ ، $\underbrace{M^n=\begin{cases}M & ,n=2k\\ I_3 & ,n=2k+1\end{cases}\quad (k\in\mathbb{N})}$

2. استنتاج بأن المصفوفة M قابلة للقلب، وتعيين مصفوفتها العكسية M^{-1} بدلالة M.

1.5

لدينا $M^2 = I_3$ ومنه $M \cdot M = M \cdot M = I_3$ أي المصفوفة M قابلة للقلب: $M^{-1} = M$

3. من التكافؤ $\begin{pmatrix}4\\2\\3\end{pmatrix} = M \cdot \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = M^{-1}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ ، نجد : $x=-1$, $y=10$, $z=9$

1

تمرين 4 [3]

في الفضائين $\mathbb{R}^2$ و $\mathbb{R}^3$ المزودين بأسُسِهما القانونية، نعتبر A و B مصفوفتي التطبيقين الخطيين f و g :

$$A = M(f) = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -3 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad , \quad B = M(g) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

1. التطبيقان f و g المرفقان بالمصفوفتين A و B، بالنسبة للأسس القانونية لفضاءات البدء والوصول، هما :

1

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \qquad , \qquad g : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$$
$$(x,y) \mapsto (6x+4y\,,\,-3x+2y\,,\,x-2y) \qquad (x,y,z) \mapsto (2x-y+5z\,,\,3x+4y+2z)$$

2. تُعطى مصفوفة التطبيق الخطي $g \circ f$ بالعلاقة : $C = M(g \circ f) = M(g)\cdot M(f) = B \cdot A$، حيث:

$$C = B \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -3 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & -4 \\ 08 & 16 \end{pmatrix}$$

1

1

3. التطبيق الخطي $g \circ f$ معرف كما يلي: $(g \circ f)(x,y) = (20x-4y\,,8x+16y)$

تمرين 5 [4]

نعتبر المصفوفات A و B و C و D :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} ،\ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} ،\ C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} ،\ D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1

1. مقلوب A هو : $A^{-1} = 6\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & 3 & -3 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ ☒ ، $A^{-1} = -6\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$ ☐ .

1

2. رتبة المصفوفة B هي : إثنان ☒ ، ثلاثة ☐ ، أربعة ☐ .

1

1. قيمة محدد المصفوفة C هي : 111 ☐ ، -11 ☐ ، -1 ☒ .

2. قيمة محدد المصفوفة D هي : 2 ☒ ، 22 ☐ ، 222 ☐ .

1