جامعة الجيلالي بونعامة بخميس مليانة

معهد العلوم الاقتصادية السنة الأولى LMD الفروع 1، 2، 3 (2017/16)

الرياضيات 2 : 1 سا 30 2017-06-08

EXAMEN DE RATTRAPAGE

الفرع: ..... الفوج: ..... الاسم واللقب: ..... رقم البطاقة: .....

ضع إشارة (×) في الخانة التي تُعبر عن الإجابة الصحيحة، أو أكمل الفراغات بإجابات صحيحة.

تمرين 1 [4.5]

نعتبر الفضاء الجزئي : $A=\left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3,\ \ 3x=2y=z\right\}$

1. أساس الفضاء A ، هو: $\{(1,2,3)\}$ ☐ ، $\{(2,3,0),(1,0,3)\}$ ☐ ، $\{(2,3,6)\}$ ☐

2. الشعاع $v=(6,4,1)$ ينتمي إلى الفضاء A : لا ☐ ، نعم ☐

3. الأشعة $\{(1,2,3)\}$، $\{(1,0,3)\}$، $\{(2,3,0)\}$: مرتبطة خطيا ☐ ، مستقلة خطيا ☐

تمرين 2 [4.5]

الفضاء الشعاعي $\mathbb{R}^3$ مزود بالأساس القانوني $\mathcal{B}=\{e_1,e_2,e_3\}$.

f تطبيق خطي من $\mathbb{R}^3$ في $\mathbb{R}^3$: $f(e_1)=(-2,3,1)$, $f(e_2)=(1,-3,2)$, $f(e_3)=(-3,-2,1)$

1. الصورة $f(x,y,z)$ تُعطى بالعبارة :

☐ $(-2x+y-z,-3z,3x-3y-2z,x+2y+z)$ ، ☐ $(2x+3y+z,x-3y+2z,3x-2y+z)$

2. الفضاء الشعاعي الجزئي $\mathrm{Im}(f)$ ، هو:

☐ $\langle(-2,3,1),(1,-3,2)\rangle$ ، ☐ $\langle(-2,3,1),(1,-3,2),(-3,-2,1)\rangle$ ، ☐ $\langle(-3,-2,1)\rangle$

3. الفضاء الشعاعي الجزئي الشعاعي الجزئي $\mathrm{Ker}(f)$ ، هو:

☐ $\langle(2,3,-2),(-3,1,2)\rangle$ ، ☐ $\langle(-3,1,2)\rangle$ ، ☐ $\{(0,0,0)\}$

تمرين 3 [4]

نعتبر في الأساس القانون لـ $\mathbb{R}^3$ المصفوفة $M=\begin{pmatrix}0&1&-1\\4&-3&4\\3&-3&4\end{pmatrix}$

1. أحسب $M^2=\begin{pmatrix}\ldots.&\ldots.&\ldots.\\\ldots.&\ldots.&\ldots.\\\ldots.&\ldots.&\ldots.\end{pmatrix}$ ، $M^n=\begin{cases}\ldots. & ,n=2k\\ \ldots. & ,n=2k+1\end{cases}$ $(\mathbb{N}\ni k)$

1. بين أن المصفوفة M قابلة للقلب، جد مصفوفتها العكسية M^{-1} بدلالة M.

.....

.....

2. من التكافؤ $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = M^{-1}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow M \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ، نجد : $x = \ldots\ldots$, $y = \ldots\ldots$, $z = \ldots\ldots$

تمرين 4 [3]

في الفضائين $\mathbb{R}^2$ و $\mathbb{R}^3$ المزودين بأسُسِهما القانونية، نعتبر A و B مصفوفتي التطبيقين الخطيين f و g :

$$A = M(f) = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -3 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad , \quad B = M(g) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

1. التطبيقان f و g المرفقان بالمصفوفتين A و B، بالنسبة للأسس القانونية لفضاءات البدء والوصول، هما :

$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ $\quad$ $g : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$

$(x, y) \mapsto (\ldots\ldots, \ldots\ldots, \ldots\ldots)$, $\quad$ $(x, y, z) \mapsto (\ldots\ldots, \ldots\ldots)$

2. تُعطى مصفوفة التطبيق الخطي $g \circ f$ بالعلاقة : $C = M(g \circ f) = M(g) \cdot M(f) = B \cdot A$، حيث:

$$C = B \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -3 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \end{pmatrix}$$

3. التطبيق الخطي $g \circ f$ معرف كما يلي: $(g \circ f)(x, y) = (\ldots\ldots , \ldots\ldots)$

تمرين 5 [4]

نعتبر المصفوفات A و B و C و D :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. مقلوب A هو : $A^{-1} = 6\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & 3 & -3 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ ☐ ، $A^{-1} = -6\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$ ☐ .

2. رتبة المصفوفة B هي : ..... .

3. قيمة محدد المصفوفة C هي : ..... .

4. قيمة محدد المصفوفة D هي : ..... .