جامعة الجيلالي بونعامة بخميس مليانة

معهد العلوم الاقتصادية السنة الأولى LMD الفروع 1، 2، 3 (2016/15)

الرياضيات 2 ⏱ : 1_{30}سا 2016-05- 10

EMD 02

الفرع: ..... الفوج: .... الاسم واللقب: .... رقم البطاقة: ....

ضع إشارة (×) في الخانة التي تُعبر عن الإجابة الصحيحة، أو أكمل الفراغات بإجابات صحيحة.

تمرين 1 [4.5]

نعتبر الفضاء الجزئي : $A=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3,\quad x=2y=3z-y\}$

1. أساس الفضاء A ، هو: $\{(1,2,3),(-1,1,2)\}$ ☐ ، $\{(2,1,1)\}$ ☐ ، $\{(2,3)\}$ ☐
2. الشعاع $v=(-1,1,2)$ ينتمي إلى الفضاء A : لا ☐، نعم ☐
3. الأشعة $(2,1,1)$، $(1,2,3)$، $(-1,1,2)$: مرتبطة خطيا ☐، مستقلة خطيا ☐

تمرين 2 [4.5]

الفضاء الشعاعي $\mathbb{R}^3$ مزود بالأساس القانوني $\mathcal{B}=\{e_1,e_2,e_3\}$.

f تطبيق خطي من $\mathbb{R}^3$ في $\mathbb{R}^3$ بحيث: $f(e_3)=(-1,1,2)$ ، $f(e_2)=(1,2,3)$ ، $f(e_1)=(2,1,1)$

1. الصورة $f(x,y,z)$ تُعطى بالعبارة :

$(2x+y+z\,,\,x+2y+3z\,,\,-x+y+2z)$ ☐ ، $(2x+y-z\,,\,x+2y+z\,,\,x+3y+2z)$ ☐

2. أساس الفضاء الشعاعي الجزئي $\mathrm{Im}f$ ، هو:

$\{(2,1,1),(1,2,3)\}$ ☐ ، $\{(2,1,1),(1,2,3),(-1,1,2)\}$ ☐ ، $\{(1,-1,1)\}$ ☐

3. مجموعة الأشعة (x,y,z) من $\mathbb{R}^3$ التي تحقق: $f(x,y,z)=(0,0,0)$، هي الفضاء الشعاعي الجزئي:

$\langle(0,-1,1),(1,0,-1)\rangle$ ☐ ، $\langle(1,-1,1)\rangle$ ☐ ، $\langle(0,-1,1),(1,0,-1),(1,-1,-1)\rangle$ ☐

تمرين 3 [5]

نعتبر في الأساس القانون لـ $\mathbb{R}^3$ المصفوفة $M=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\5&0&0\end{pmatrix}$

1. أحسب $M^2=\begin{pmatrix}\dots&\dots&\dots\\\dots&\dots&\dots\\\dots&\dots&\dots\end{pmatrix}$ ، $M^3=\begin{pmatrix}\dots&\dots&\dots\\\dots&\dots&\dots\\\dots&\dots&\dots\end{pmatrix}$ ، $M^n=\begin{cases}\dots & ,n=3k\\\dots & ,n=3k+1\\\dots & ,n=3k+2\end{cases}\quad(k\in\mathbb{N})$
2. استنتج بأن المصفوفة M قابلة للقلب، جد مصفوفتها العكسية M^{-1} بدلالة M .

....

3. مقلوب M هو : $M^{-1}=\frac{1}{5}\cdot\begin{pmatrix}0&0&1\\5&0&0\\0&5&0\end{pmatrix}$ ☐ ، $M^{-1}=\frac{1}{5}\cdot\begin{pmatrix}0&0&5\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$ ☐

4. من التكافؤ: $M\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\2\\3\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=M^{-1}\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\3\end{pmatrix}$ ، نجد : $x=.....\ ,\ y=.....\ ,\ z=.....$

تمرين 4 [3]

في الفضائين $\mathbb{R}^2$ و $\mathbb{R}^3$ المزودان بأسُسِهما القانونية، نعتبر A و B مصفوفتي التطبيقين الخطيين f و g :

$$A=M(f)=\begin{pmatrix}2&1&-1\\1&2&1\\1&3&2\end{pmatrix}\ ,\quad B=M(g)=\begin{pmatrix}2&1\\-3&2\\1&4\end{pmatrix}$$

1. التطبيقان f و g المرفقان بالمصفوفتين A و B، بالنسبة للأسس القانونية لفضاءات البدء والوصول، هما :

$$f:\mathbb{R}^3\longrightarrow\mathbb{R}^3,\ (x,y,z)\mapsto(.................. , ... , ...)\ ;\quad g:\mathbb{R}^2\longrightarrow\mathbb{R}^3,\ (x,y)\mapsto(............. , ... , ...)$$

2. تُعطى مصفوفة التطبيق الخطي $f\circ g$ بالعلاقة : $C=M(f\circ g)=M(f)\cdot M(g)=A\cdot B$، حيث:

$$C=A\cdot B=\begin{pmatrix}2&1&-1\\1&2&1\\1&3&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2&1\\-3&2\\1&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}......&......\\......&......\\......&......\end{pmatrix}$$

3. التطبيق الخطي $f\circ g$ معرف كما يلي: $(f\circ g)(x,y)=(.................. , ... , ...)$

تمرين 5 [3]

نعتبر المصفوفتين A و B:

$$A=\begin{pmatrix}4&-1&1&-2\\0&0&3&0\\0&0&-2&5\\0&0&0&0\end{pmatrix}\ ،\quad B=\begin{pmatrix}2&-2&1&-1\\1&-1&4&1\\-2&2&0&3\\0&1&0&-1\end{pmatrix}$$

1. رتبة A هي : إثنان ☐ ، ثلاثة ☐ ، أربعة ☐

2. رتبة B هي : إثنان ☐ ، ثلاثة ☐ ، أربعة ☐

3. باستخدام طريقة العمليات على الأسطر، حل الجملة الخطية الآتية:

$$(\mathrm{I})\quad\begin{cases}2x-y-2z=3\\x+2y+4z=-2\\-x+3y-z=3\end{cases}$$

....

....

....

....

....

....

....