Chapitre 5

Filtres actifs

5.1. Rappels sur les filtres passifs

FONCTIONS DE TRANSFERT DU PREMIER ORDRE

- **Filtre passe-bas**

La transmittance $\underline{T}(\underline{s}) = \dfrac{1}{1 + a\underline{s}}$, compte tenu du changement de variable $\underline{s} = \mathrm{j}\,\dfrac{\omega}{\omega_0}$, conduit à $\underline{T}(\mathrm{j}\omega) = \dfrac{1}{1 + a\mathrm{j}\,\dfrac{\omega}{\omega_0}}$, qui est de la forme

$$\underline{\boldsymbol{T}}(\mathbf{j}\boldsymbol{\omega}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1} + \mathbf{j}\,\dfrac{\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega}_C}}, \quad \text{avec } \omega_C = \frac{\omega_0}{a}.$$

- **Filtre passe-haut**

Compte tenu de la transformation $\underline{s} \to \underline{S} = \dfrac{1}{\underline{s}}$, la transmittance normalisée du filtre passe-haut du premier ordre s'écrit :

$$\underline{T}(\underline{s}) = \frac{1}{1 + \dfrac{a}{\underline{s}}} = \frac{\dfrac{\underline{s}}{a}}{1 + \dfrac{\underline{s}}{a}},$$

ce qui conduit à $\underline{T}(\mathrm{j}\omega) = \dfrac{\mathrm{j}\,\dfrac{\omega}{a\omega_0}}{1 + \mathrm{j}\,\dfrac{\omega}{a\omega_0}}$, de la forme

$$\underline{\boldsymbol{T}}(\mathbf{j}\boldsymbol{\omega}) = \frac{\mathbf{j}\,\dfrac{\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega}_C}}{\mathbf{1} + \mathbf{j}\,\dfrac{\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega}_C}}, \quad \text{avec } \omega_C = a\omega_0.$$

FONCTIONS DE TRANSFERT DU DEUXIÈME ORDRE

- **Filtre passe-bas**

La transmittance normalisée $\underline{T}(\underline{s}) = \dfrac{1}{1 + a\underline{s} + b\underline{s}^2}$ conduit à $\underline{T}(\mathrm{j}\omega) = \dfrac{1}{1 + a\mathrm{j}\,\dfrac{\omega}{\omega_0} + b\left(\mathrm{j}\,\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$, de la forme

$$\underline{\boldsymbol{T}}(\mathbf{j}\boldsymbol{\omega}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1} + \mathbf{2j}\boldsymbol{m}\,\dfrac{\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega}_C} + \left(\mathbf{j}\,\dfrac{\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega}_C}\right)^2},$$

avec $\omega_C = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{b}}$ et $m = \dfrac{a}{2\sqrt{b}}$.

- **Filtre passe-haut**

Compte tenu de la transformation $\underline{s} \to \underline{S} = \dfrac{1}{\underline{s}}$, la transmittance normalisée du filtre passe-haut du second ordre s'écrit :

$$\underline{T}(\underline{s}) = \frac{1}{1 + \dfrac{a}{\underline{s}} + \dfrac{b}{\underline{s}^2}} = \frac{\dfrac{\underline{s}^2}{b}}{1 + \dfrac{a}{b}\,\underline{s} + \dfrac{\underline{s}^2}{b}}.$$

ce qui conduit à

$$\underline{T}(\mathrm{j}\omega) = \frac{\dfrac{1}{b}\left(\mathrm{j}\,\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + \dfrac{a}{b}\left(\dfrac{\mathrm{j}\omega}{\omega_0}\right) + \dfrac{1}{b}\left(\mathrm{j}\,\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

de la forme

$$\underline{\boldsymbol{T}}(\mathbf{j}\boldsymbol{\omega}) = \frac{\left(\mathbf{j}\,\dfrac{\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega}_C}\right)^2}{\mathbf{1} + \mathbf{2j}\boldsymbol{m}\,\dfrac{\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega}_C} + \left(\mathbf{j}\,\dfrac{\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega}_C}\right)^2},$$

avec $\omega_C = \omega_0\sqrt{b}$ et $m = \dfrac{a}{2\sqrt{b}}$.

Les filtres passifs sont réalisés au moyen de condensateurs, de bobines et de résistances. Lorsqu'ils sont insérés dans un circuit, ils provoquent souvent une atténuation non désirée du signal. En outre, lors de l'utilisation de filtres passifs pour des fréquences basses, la valeur des inductances est grande et leurs dimensions mécaniques sont importantes. Si nous désirons concevoir un tel filtre pour l'incorporer dans un Walkman, l'encombrement mécanique devient une condition impérative. Les nouveaux appareils, avec leurs caractéristiques, nécessitent des circuits complexes, prenant peu de place et techniquement très précis et stables.

L'arrivée des étages amplificateurs et plus particulièrement des amplificateurs opérationnels (OP), à permis de mettre au point une nouvelle catégorie de circuits et de filtres. Ces filtres sont appelés filtres actifs car les cellules de filtrage (RC) sont montées conjointement à un étage amplificateur. Il existe plusieurs types de filtres actifs possédant chacun des caractéristiques spécifiques :

5.2. Filtres actifs du premier ordre

a) Filtres passe-bas

La forme générale de leur transmittance est :

$$\underline{T} = A \frac{1}{1 + \mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_C}}.$$

a.1. Filtre inverseur

Sur le schéma de la figure 1 on écrit:

$$\underline{T} = \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = \frac{-\frac{R}{R_1}}{1 + \mathrm{j}RC\omega},$$

Qui est de la forme :

$$\underline{T} = A \frac{1}{1 + \mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_C}}, \quad \text{avec } A = -\frac{R}{R_1} \text{ et } \omega_C = \frac{1}{RC}.$$

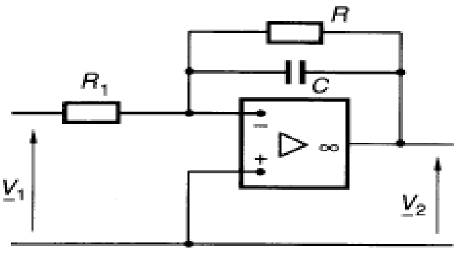


Fig. 1

a.2. Filtre non inverseur

Sur le schéma de la figure 2, l'égalité des tensions sur l'entrée + $\left(\underline{V}_+ = \underline{V}_1 \frac{1}{1 + \mathrm{j}RC\omega}\right)$ et sur l'entrée - $\left(\underline{V}_- = \underline{V}_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)$ conduit à

$$\underline{T} = \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \times \frac{1}{1 + \mathrm{j}RC\omega}$$

Qui est de la forme :

$$\underline{T} = A \frac{1}{1 + \mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_C}}, \quad \text{avec } A = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \text{ et } \omega_C = \frac{1}{RC}.$$

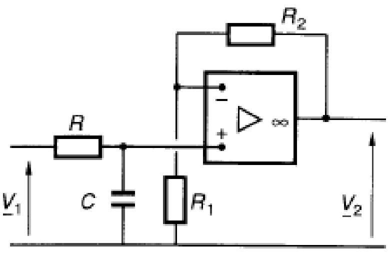
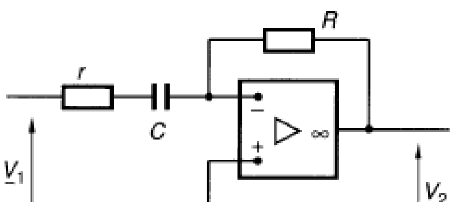


Fig. 2

b) Filtre passe-haut

La forme générale de leur transmittance est



$$\underline{T} = A\,\frac{\mathrm{j}\,\dfrac{\omega}{\omega_C}}{1+\mathrm{j}\,\dfrac{\omega}{\omega_C}}.$$

Sur le schéma de la figure 3 on écrit

$$\underline{T} = \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = -\frac{R}{r+\dfrac{1}{\mathrm{j}C\omega}} = -\frac{R}{r}\cdot\frac{\mathrm{j}rC\omega}{1+\mathrm{j}rC\omega}$$

Qui est de la forme :

$$\underline{T} = A \times \frac{\mathrm{j}\,\dfrac{\omega}{\omega_C}}{1+\mathrm{j}\,\dfrac{\omega}{\omega_C}}, \quad \text{avec } A = -\frac{R}{r} \text{ et } \omega_C = \frac{1}{rC}.$$

R

5.3. Filtres actifs du second ordre

5.3.1. Filtres associant quadripôles et amplificateur opérationnel

Le schéma général de cette famille de filtres est donné à la figure 4.

Les sorties des deux quadripôles Q et Q' sont reliées à l'entrée inverseuse de l'amplificateur opérationnel. Soient respectivement :

$\underline{Y}_{11}$ $\underline{Y}_{12}$ $\underline{Y}_{21}$ $\underline{Y}_{22}$ $\underline{Y}'_{11}$ $\underline{Y}'_{12}$ $\underline{Y}'_{21}$ et $\underline{Y}'_{22}$

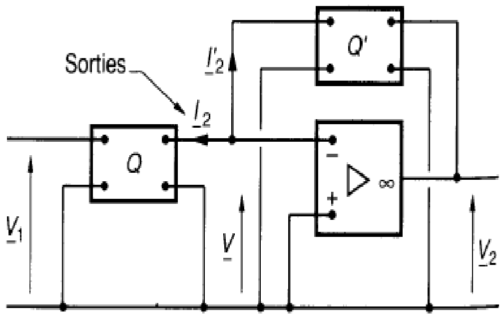


Fig. 4

les paramatres admittance des deux quadripôles. À partir des équations :

$$\begin{cases} \underline{I}'_2 = \underline{Y}'_{21}\underline{V}_2 + \underline{Y}'_{22}\underline{V}, \\ \underline{I}_2 = \underline{Y}_{21}\underline{V}_1 + \underline{Y}_{22}\underline{V}, \\ \underline{V} = 0, \\ \underline{I}_2 = -\underline{I}'_2 \end{cases}$$

Il vient :

$$\underline{T} = \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = -\frac{\underline{Y}_{21}}{\underline{Y}'_{21}}.$$

Compte tenu de cette relation, et par un choix judicieux des quadripôles Q et *Q'*, il est possible de synthétiser une fonction de transfert.

a. Filtre passe-bas

Le quadripôle Q est conforme au schéma de la figure *5.*

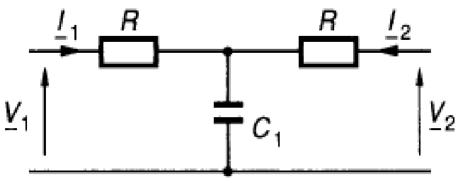


Fig. 5

Le paramètre $\underline{Y}_{21}$ calculé à partir de $\underline{Y}_{21} = \left(\frac{\underline{I}_2}{\underline{V}_1}\right)_{\underline{V}_2=0}$

est égal à :

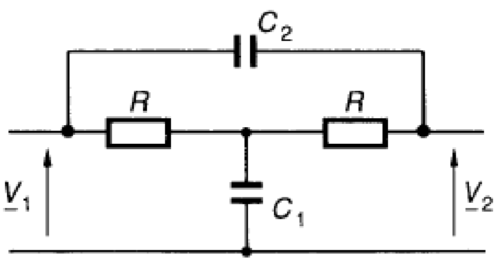


Fig. 6

$$\underline{Y}_{21} = -\frac{1}{R} \times \frac{\dfrac{R}{1 + jRC_1\omega}}{R + \dfrac{R}{1 + jRC_1\omega}}$$
$$= -\frac{1}{R} \times \frac{1}{2 + jRC_1\omega}.$$

Le quadripôle Q′ est conforme au schéma de la figure 6.
Il résulte de la mise en parallèle du quadripôle de la figure 5 et du quadripôle Q″ de la figure 7 dont le paramètre $\underline{Y}''_{21}$ est égal à $\underline{Y}''_{21} = -jC_2\omega$.

Le paramètre $\underline{Y}'_{21}$ calculé par $\underline{Y}'_{21} = \underline{Y}_{21} + \underline{Y}''_{21}$ est égal à :

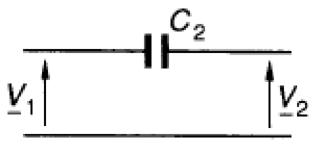


Fig. 7

$$\underline{Y}'_{21} = -\left(jC_2\omega + \frac{1}{R} \times \frac{1}{2 + jRC_1\omega}\right)$$
$$= -\frac{1}{R} \times \frac{1 + 2jRC_2\omega + R^2C_1C_2(j\omega)^2}{2 + jRC_1\omega}.$$

La fonction de transfert du filtre s'établit ainsi à :

$$\underline{T} = -\frac{\underline{Y}_{21}}{\underline{Y}'_{21}} = -\frac{1}{1 + 2jRC_2\omega + (jR\sqrt{C_1C_2}\,\omega)^2}$$

qui est bien de la forme

$$\underline{T} = \frac{A}{1 + 2jm\dfrac{\omega}{\omega_C} + \left(j\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)^2}$$

avec

$$A = -1, \quad \omega_C = \frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}}, \quad m = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}.$$

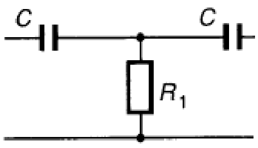


Fig. 8

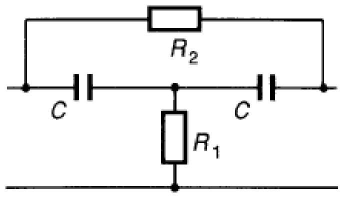


Fig. 9

b. Filtre passe-haut
Les quadripôles Q et Q' sont respectivement conformes aux schémas des figures 8 et 9.

Par un calcul analogue au précédent, on établit la transmittance :

$$\underline{T} = A\frac{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)^2}{1 + 2jm\dfrac{\omega}{\omega_C} + \left(j\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)^2}, \quad \text{avec} \quad A = -1, \quad \omega_C = \frac{1}{C\sqrt{R_1R_2}}, \quad m = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}.$$

c. Filtre passe-bande

Le quadripôle Q' est conforme au schéma de la figure 9, son paramètre $\underline{Y}'_{21}$ **,** est égal à

$$\underline{Y}'_{21} = -\frac{1}{R_2} - \frac{\dfrac{R_1}{1 + \mathrm{j}R_1 C\omega}}{\dfrac{1}{\mathrm{j}C\omega} + \dfrac{R_1}{1 + \mathrm{j}R_1 C\omega}}\, \mathrm{j}C\omega$$
$$= -\frac{1 + 2\mathrm{j}R_1 C\omega + C^2 R_1 R_2 (\mathrm{j}\omega)^2}{R_2(1 + 2\mathrm{j}R_1 C\omega)}.$$

Le schéma du quadripôle Q est donné à la figure 10.

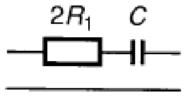


Fig. 10

Son paramètre $\underline{Y}_{21}$ est égal à

$$\underline{Y}_{21} = -\frac{1}{2R_1 + \dfrac{1}{\mathrm{j}C\omega}} = -\frac{\mathrm{j}R_2 C\omega}{R_2(1 + 2\mathrm{j}R_1 C\omega)}$$

La transmittance du filtre s'établit ainsi à

$$\underline{T} = -\frac{\underline{Y}_{21}}{\underline{Y}'_{21}} = \frac{-\mathrm{j}R_2 C\omega}{1 + 2\mathrm{j}R_1 C\omega + (\mathrm{j}\omega C\sqrt{R_1 R_2})^2},$$

qui est bien de la forme

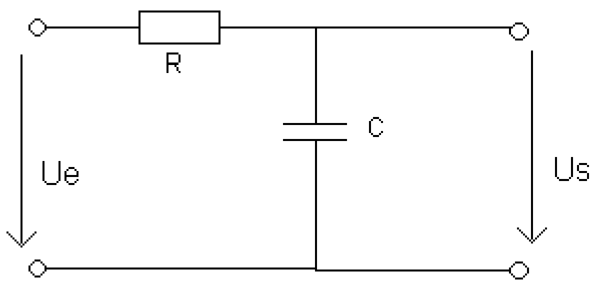
$$\underline{T} = A \times \frac{2\mathrm{j}m\,\dfrac{\omega}{\omega_C}}{1 + 2\mathrm{j}m\,\dfrac{\omega}{\omega_C} + \left(\mathrm{j}\,\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)^2},$$

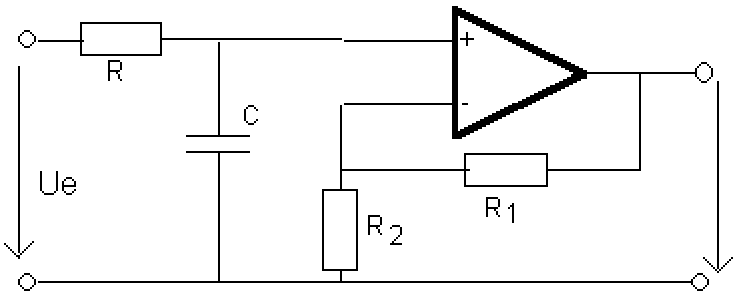
avec

$$A = -\frac{R_2}{2R_1}, \quad \omega_C = \frac{1}{C\sqrt{R_1 R_2}}, \quad m = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}.$$

5.4. Transformation d'un filtre passif en filtre actif

a) Filtre passe-bas passif à un pôle simple (RC) et filtre actif monté avec un OP





L'amplification en tension Au de l'étage est défini par la relation suivante :

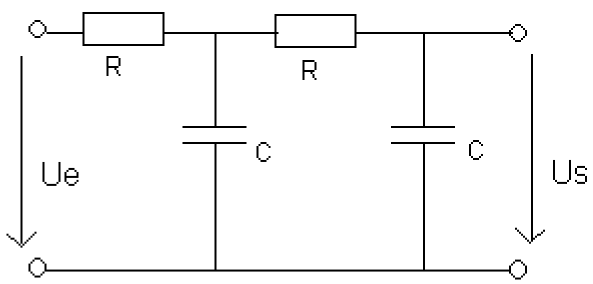
$$A_u = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

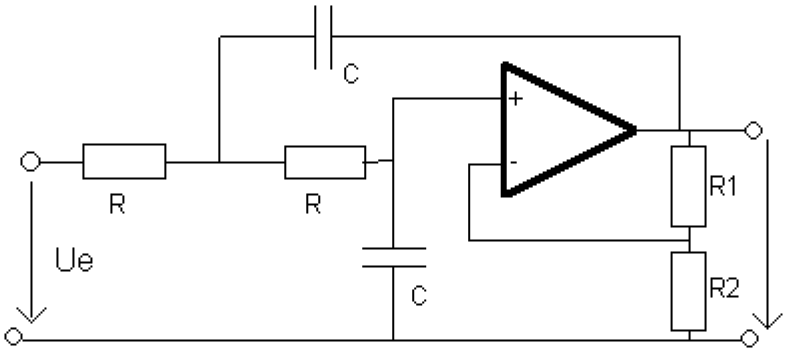
La fréquence de coupure fc

$$f_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}$$

Dans un filtre actif, nous utiliserons l'OP en modifiant Au en fonction de la fréquence, la contre-réaction sera active et réalisée avec un condensateur. Cette fois, le gain variera en fonction de la fréquence et ne sera plus fixe comme dans le premier exemple.

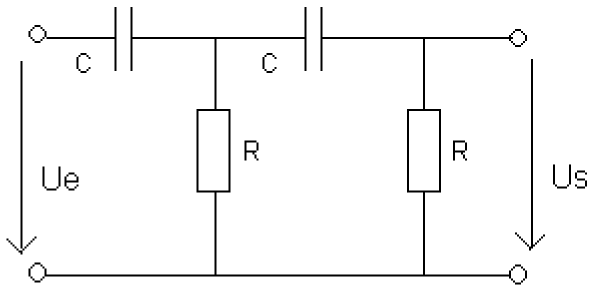
b) Filtre passe-bas passif bipolaire simple et filtre actif à contre-réaction avec un OP

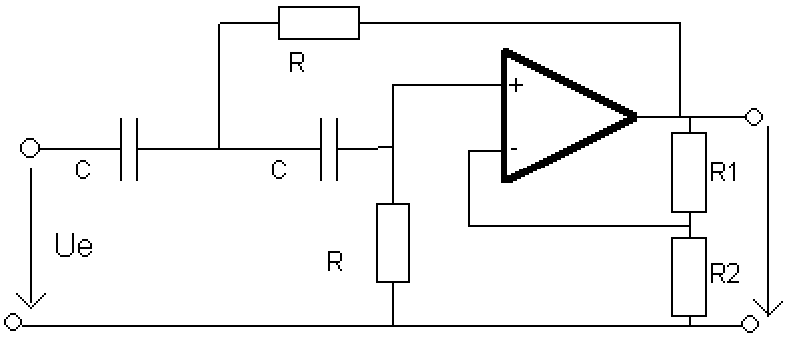




On remarque facilement la contre-réaction active composée d'un condensateur. Le gain de l'amplificateur ne sera donc plus linéaire en fréquence, mais sera déterminé par la valeur des condensateurs C et des résistances R. Le filtre ci-dessus est appelé filtre à deux pôles, car il est réalisé avec deux cellules RC.

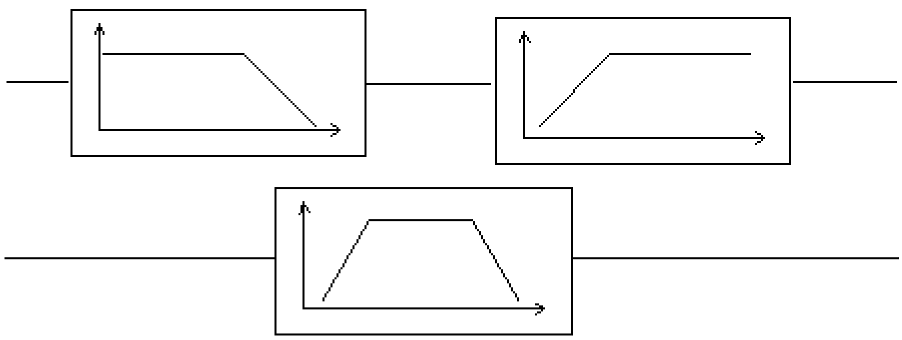
c) Filtre passe-haut passif bipolaire simple et filtre actif à contre-réaction avec un OP





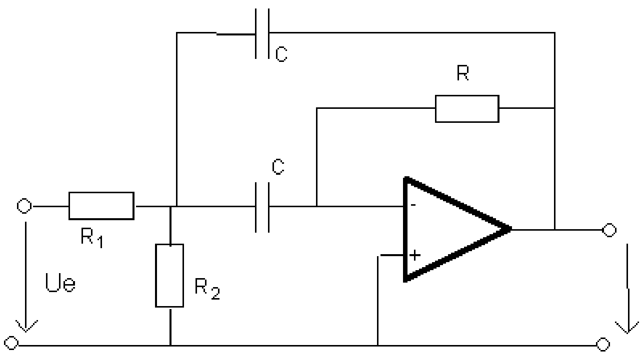
d) Filtres actifs passe-bande

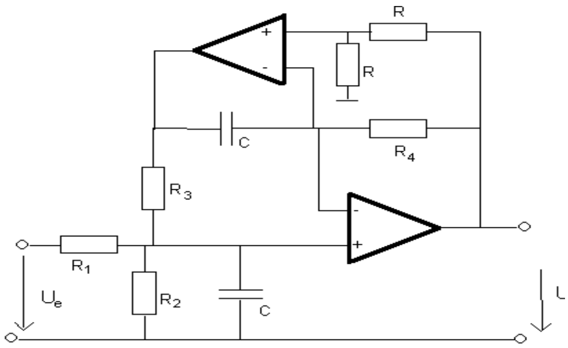
Comme pour les filtres passifs, un filtre passe-bande est obtenu par l'assemblage d'une cellule passe-bas suivie d'une cellule passe-haut selon le schéma ci-dessous.



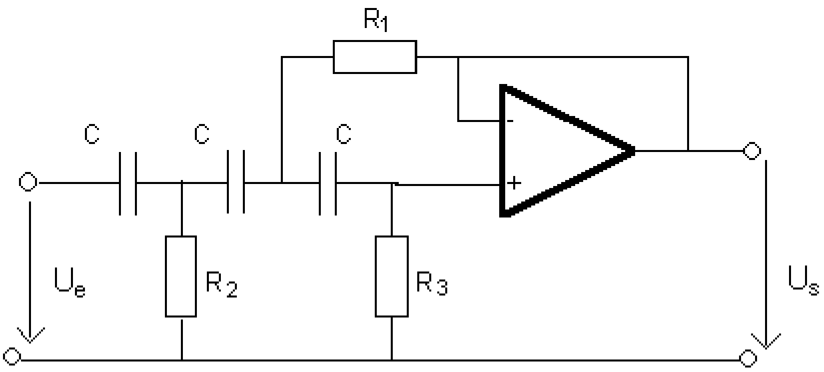
Ce qui permet de différencier les filtres passe-bande, c'est leur facteur de qualité, qui correspond à la sélectivité du filtre.

- **Filtre passe-bande à faible facteur de qualité (bande large)**

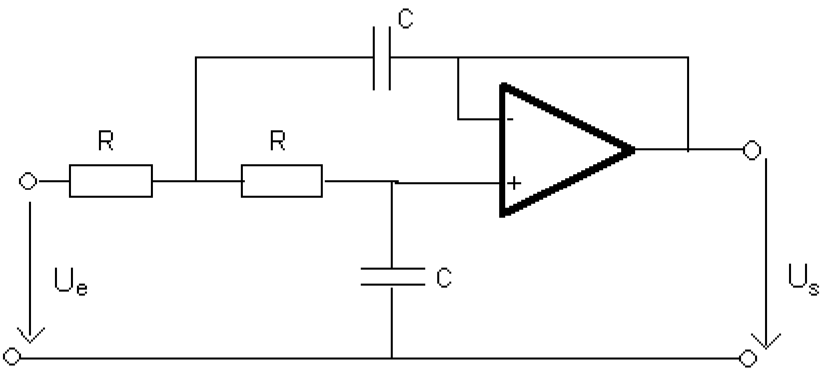




- **Filtre passe-bande à haut facteur de qualité (bande étroite)**



Exemple de filtre passe-haut tripolaire actif à gain unitaire



Exemple de filtre passe-bas bipolaire actif à gain unitaire

Le gain unitaire est réalisé par la liaison entre la sortie de l'ampli OP et l'entrée inverseuse.