Chapitre IV :

RAYONNEMENT DES OUVERTURES PLANES

Pour la plupart des antennes micro-ondes, la source de rayonnement peut être considérée comme une antenne à ouverture rayonnante tel que des guides d'ondes, des antennes cornets et des antennes constituées d'une ou de plusieurs sources primaires qui illuminent une surface réfléchissante. L'étude de telles antennes se ramène à celle de la diffraction des ondes électromagnétiques à travers une ouverture rayonnante de forme et de dimensions pareilles à celle de l'antenne à étudier.

IV.1. Principe de Huygens – Fresnel

Le principe de Huygens-Fresnel est à la base de la théorie de la diffraction des ondes électromagnétiques. Il est une conséquence des équations de Maxwell et peut s'exprimer sous une forme mathématique rigoureuse.

Considérons une ouverture plane ($\sum$), située dans le plan *xoy*. Soit *Oxyz* le système d'axes de référence. Illuminons cette ouverture par un faisceau d'ondes provenant de la région des z négatifs. Il existe en chaque point P de l'ouverture ($\sum$) un champ électrique $\vec{E}$ et un champ magnétique $\vec{H}$. Nous supposons la polarisation uniforme, tous les vecteurs $\vec{E}$ sont parallèles. Nous supposons aussi que les conditions de l'espace libre existent sur toute l'ouverture, c'est-à-dire $\vec{E}$est perpendiculaire à $\vec{H}$.

Les perturbations éventuelles sur les bords ne sont pas tenues en compte. Cela implique que les dimensions de l'ouverture soient grandes par rapport à λ (de l'ordre de 10λ).

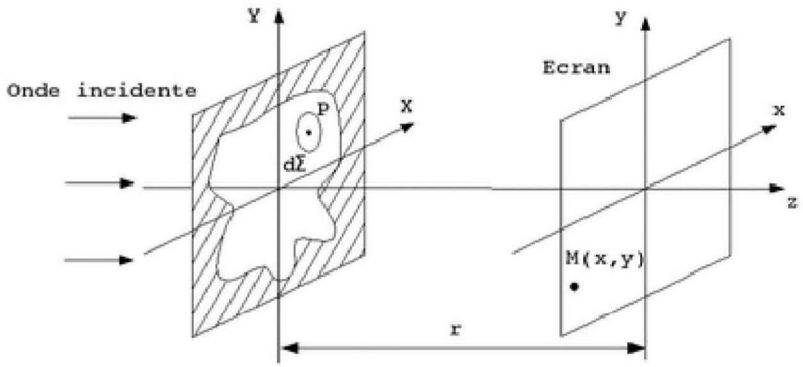

Figure IV.1: Diffraction par une ouverture rayonnante

IV.2. Relation de Kottler

Les antennes à ouvertures permettent de transmettre un signal hyperfréquence dans l'atmosphère. La formule de Kottler permet de calculer le champ électrique rayonné par une antenne de surface S.

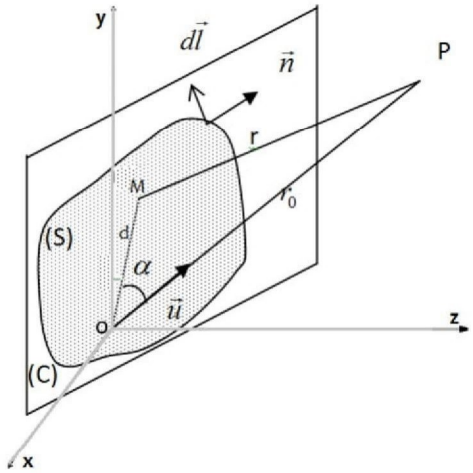

Figure IV.2: Rayonnement d'une ouverture plane

$$E(P) = \frac{1}{4j\pi\omega\varepsilon}\iint_{\Sigma}\left[k^2(\vec{n}\wedge\vec{H}) + (\vec{n}\wedge\vec{H})\vec{\nabla}\Gamma + j\omega(\vec{n}\wedge\vec{E})\wedge\vec{\nabla}\Gamma\right]dS \quad \text{(IV.3)}$$

Avec : $\Gamma = \frac{e^{jkr}}{r}$ et $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

A grande distance de l'antenne la formule de Kottler se simplifie en:

$$E(P) = j\frac{1+\cos(\theta)}{2\lambda r_0}\iint_{S} E(M)e^{-jkr}dS \quad \text{(IV.4)}$$

et devient sur l'axe des z :

$$E(P) = j\frac{e^{-jkz}}{\lambda r_0}\iint_{S} E(M)dS \quad \text{(IV.5)}$$

Application au calcul du gain d'une surface rayonnante éclairée par un champ uniforme ($E(M) = E_0$):

$$E(P) = j\frac{e^{-jkz}}{\lambda r_0}E_0 S \quad \text{(IV.6)}$$

La puissance recueillie dP dans un élément de surface dS sur l'axe z se calcule par:

$$dP = \frac{1}{2}\frac{|E|^2}{Z_0}dS = \frac{1}{2}\frac{E_0^2 S^2}{\lambda^2 {r_0}^2 Z_0}dS \quad \text{(IV.7)}$$

IV.3. Rayonnement d'une ouverture rectangulaire

Pour une ouverture rectangulaire plane centrée à l'origine, de longueur A (suivant l'axe x) et de largeur B (suivant l'axe y), le champ est uniforme et constant.

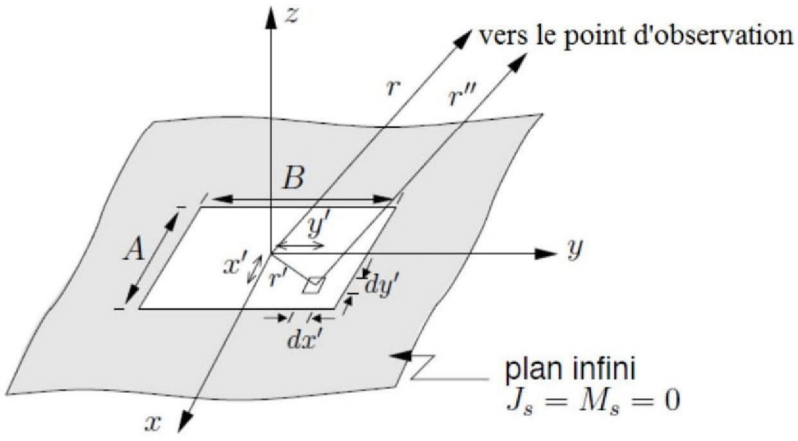

Figure IV.3: Ouverture rayonnante rectangulaire

Ce champ $E_a a_x$ peut s'exprimer comme suit :

$$E_X(x,y,z) = jE_a \frac{e^{-jkr}}{\lambda r} \int_{-A/2}^{A/2} e^{jkxx\prime/r}\, dx' \int_{-B/2}^{B/2} e^{jkyy\prime/r}\, dy'$$

$$= jE_a(AB) \frac{e^{-jkr}}{\lambda r} sinc\left(\frac{kAx}{2r}\right) sinc\left(\frac{kBy}{2r}\right) \qquad (IV.8)$$

Afin de représenter le diagramme de rayonnement de l'ouverture rectangulaire on emploie les coordonnées sphériques :

$$x = r\, cos\phi\, sin\theta \qquad (IV.9)$$

$$y = r\, sin\phi\, sin\theta \qquad (IV.10)$$

IV.4. Rayonnement d'une ouverture circulaire

Dans de nombreux projecteurs d'ondes, l'ouverture rayonnante possède une forme circulaire. C'est le cas de réflecteurs paraboliques, de lentilles circulaires ou de cornets coniques.

On considère une ouverture rayonnante circulaire de rayon a et centrée en O dans le plan (xOy). La loi d'illumination est uniforme $(x,y) = F(r,\varphi).e^{j\phi(r,\varphi)} = E_0$.

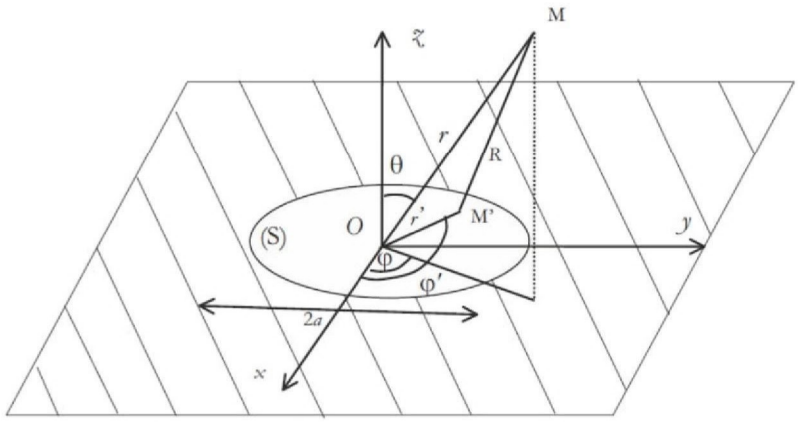

Figure IV.5: Ouverture rayonnante circulaire

En raison de la forme de l'ouverture, un point M' de l'ouverture est repéré par r' et son azimut φ'. Le champ rayonné en un point M et en coordonnées polaires est donné par:

$$\vec{E}(M) = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\iint_S F(r',\varphi').e^{j\phi(r',\varphi')}(1+cos\theta cos\varphi) \times e^{jkr'(cos\,\varphi' sin\theta + sin\varphi' sin\varphi cos\theta)} r'\,dr'\,d\varphi' \quad (IV.16)$$

En posant :

$$x = r\,cos\varphi\,sin\theta \quad (IV.17)$$

$$y = r\,sin\varphi\,sin\theta \quad (IV.18)$$

L'expression du champ rayonné devient dans le plan H ($\theta,\ \varphi = 0$) par exemple:

$$\vec{E}(M) = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\iint_S E_0(1+cos\theta)e^{jkr'cos\,\varphi' sin\theta} r'dr'd\varphi'$$

$$\vec{E}(M) = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}E_0(1+cos\theta)\int_0^a\int_0^{2\pi} e^{jkr'sin\theta cos\,\varphi'}d\varphi'\,r'dr' \quad (IV.19)$$

L'intégrale sur l'ouverture est :

$$I = \int_0^a\int_0^{2\pi} e^{jkr'sin\theta cos\,\varphi'}d\varphi'.r'dr' \quad (IV.20)$$

On rappelle la propriété de la fonction de Bessel d'ordre 0 :

$$\int_0^{2\pi} e^{ju.cos\,\varphi'}d\varphi' = 2\pi J_0(u) \quad (IV.21)$$

On en déduit :

$$I = 2\pi\int_0^a J_0(kr'sin\theta)r'dr' \quad (IV.22)$$

Si on applique la propriété qui relie la fonction de Bessel d'ordre 0 avec la fonction de Bessel d'ordre 1:

$$\int_0^a r'J_0(r')dr' = aJ_1(a) \quad (IV.23)$$

Le calcul de l'intégrale I , donne:

$$I = 2\pi a^2\frac{J_1(kasin\theta)}{kasin\theta} \quad (IV.24)$$

L'expression du champ devient, alors:

$$\vec{E}(M) = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}E_0(1+cos\theta).2\pi a^2\frac{J_1(kasin\theta)}{kasin\theta}$$

$$\vec{E}(M) = j\frac{e^{-jkr}}{\lambda r}\pi a^2(1+cos\theta)E_0.\frac{J_1(kasin\theta)}{kasin\theta} \quad (IV.25)$$

Pour des ouvertures de rayon " a " bien supérieur à la longueur d'onde λ, le faisceau est concentré autour de l'axe Oz et l'angle θ faible:

$$\vec{E}(M) = j\frac{e^{-jkr}}{\lambda r}2\pi a^2E_0.\frac{J_1(ka\theta)}{ka\theta} \quad (IV.26)$$

Et, en module:

$$\left|\vec{E}(M)\right| = \frac{2\pi a^2E_0}{\lambda r}.\left|\frac{J_1(ka\theta)}{ka\theta}\right| \quad (IV.27)$$

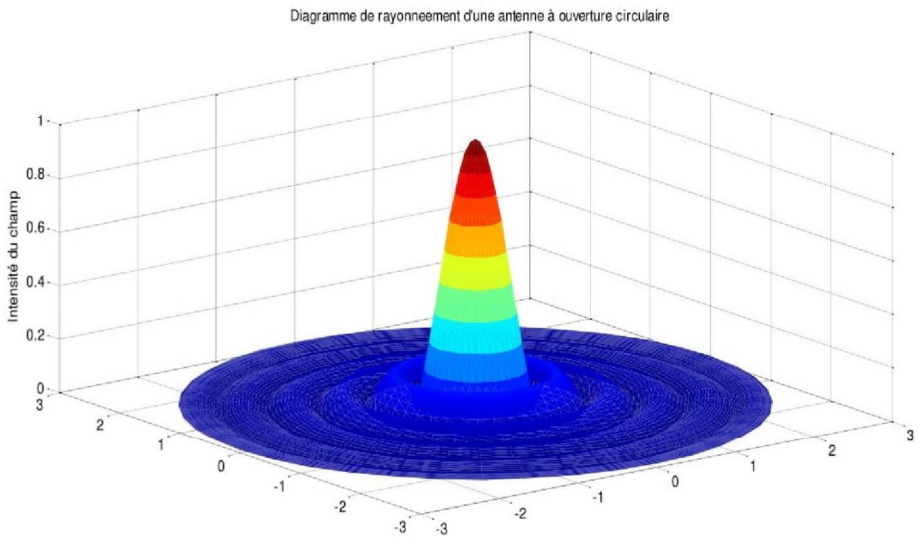

Figure IV.6: Diagramme de rayonnement en 3D d'une antenne à ouverture circulaire de rayon $a = 3\lambda$

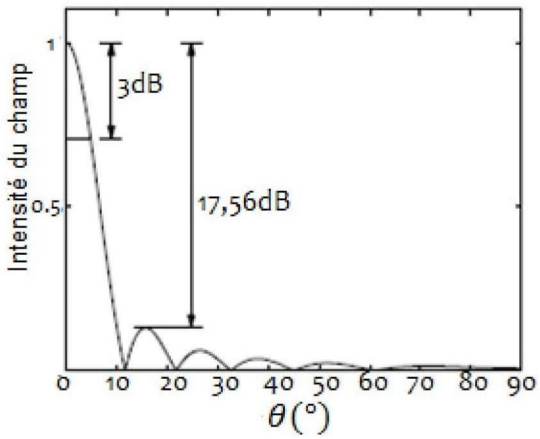

Figure IV.7: Diagramme de rayonnement en 2D d'une antenne à ouverture circulaire de rayon $a = 3\lambda$