حلول السلسلة رقم 01 في مقياس الإقتصاد الجزئي 2

حول توازن المستهلك

التمرين الأول : بناءا على الجدول أدناه :

. اوجد المنفعة الحدية مشكلا الجدول و أرسم بيانيا منحنى المنفعة الكلية و الحدية و حدد نقطة الإشباع

. ما هي المنطقة المفضلة اقتصاديا ؟

Qx	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
UTx	0	7	13	18	22	25	27	28	28	27

الحل:

1– أ نحسب المنفعة الحدية باستخدام القانون التالي: $Umx = \frac{\Delta UTx}{\Delta Qx}$

Qx	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
UTx	**0**	**7**	**13**	**18**	**22**	**25**	**27**	**28**	**28**	27
Umx	-	7	6	5	4	3	2	1	0	-1

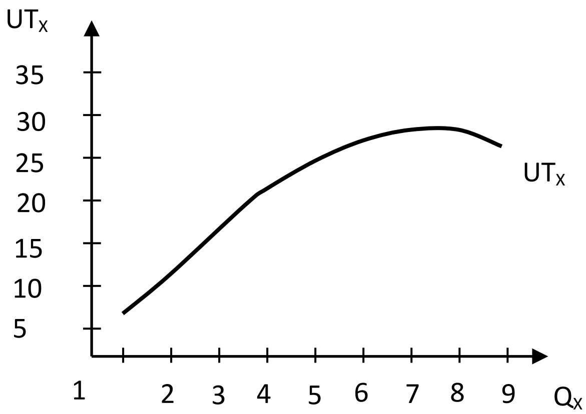
ملاحظات:

المنفعة الحدية غير معرفة عند النقطة 0 = x (لأن المنفعة الحدية هي منفعة الوحدة الاخيرة وعند 0 = x لم يستهلك الفرد بعد السلعة x)

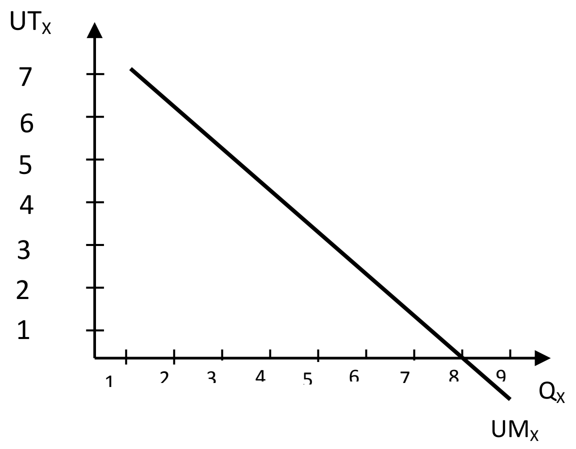
* المنفعة الحدية متناقصة

* من الجدول اعلاه نستنتج ان المنفعة الكلية هي مجموع المنافع الحدية

$$UT_X = \sum_{I=1}^{I=N}(Um_X)$$



ب- رسم دالة المنفعغة الكلية والحدية :



نقطة حد التشبع هي النقطة (8، 28) وهي:

أعلى نقطة على منحنى المنفعة الكلية أي اكبر منفعة كلية يمكن ان يحصل منها المستهلك وعندها تكون المنفعة الحدية معدومة .

التمرين الثاني :

لنفرض أن المستهلك ينفق دخله اليومي 0 11 وحدات نقدية على شراء السلعتين x , y و كانت المنفعة الكلية مبينة في الجدول التالي :

Qx;Qy	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
UTx	0	44	84	120	152	180	204	224	240	252	260
UTy	0	35	67	92	114	134	150	162	172	180	184

المطلوب :

إذا كان سعر السلعتين على التوالي $P_X = 10, P_Y = 5$ وكانت المنفعة الحدية للنقود تساوي 2 ، ما هو توازن المستهلك ؟

الحل:

1- لمعرفة توازن المستهلك ، نحسب المنافع الحدية للسلعتين ، والمنافع الحدية للنقود لكل سلعة.

X,Y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
UTx	0	44	84	120	152	180	204	224	240	252	260
UTy	0	35	67	92	114	134	150	162	172	180	184
Umx	-	44	40	36	32	28	24	20	16	12	08
Umy	-	35	32	25	22	20	16	12	10	08	04
Umx/Px	-	4,4	4	3,6	3,2	2,8	2,4	**2**	1,6	1,2	0,8
Umy/Py	-	7	6,4	5	4,4	4	3,2	2,4	**2**	1,6	0,8

بما أن المنفعة الحدية للنقود معطاة وهي:2= $\frac{Um_X}{Px} = \frac{Umy}{Py}$

$$R = xP_x + yP_y$$
$$110 = 10(7) + 5(8)$$

بما أن الشرط الأول المتعلق بتساوي المنافع الحدية للنقود محقق =2

و الشرط الثاني المتمثل في تساوي الإنفاق مع الدخل ،فـإن الثنائيـة التي تحقق التوازن هي: $(X,Y) = (7,8)$

التمرين الثالث :. يبين الجدول التالي مستويات المنفعة الكلية و الحدية لكميات مختلفة من سلعتين X،Y مستهلكة من طرف احد المستهلكين و مقاسةبوحدات المنفعة .

QX, Qy	4	5	6	7	8	9	10	11
UTx	109	125	140	155	169	183	196	207
UTy	104	116	128	139	150	160	169	177
Umx	17	16	15	15	14	14	13	11
Umy	13	12	12	11	11	10	09	08

المطلوب :

1- إذاكانت أسعار السلعتين x و y على التوالي $Px = 3$ و $Py = 2,$ وكان حجم الإنفاق الاستهلاكي يساوي 36 دج , فما هي الوحدات التي يجب أن يشتريها هذا المستهلك حتى يكون في حالة التوازن ، وما هي المنفعة الكلية التي تحصل عليها

2- إذا انخفض سعر X إلى 2 دج مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة (العوامل الأخرى هي سعر السلعة y و دخل المستهلك الذي يمثل حجم الإنفاق)، أوجد التوازن الجديد (تحديد الكميات من السلعتين x و y التي تمنح للمستهلك أقصى اشباع) ؟ وما هي المنفعة الكلية التي تحصل عليها في هذه الحالة ؟ وبكم وحدة ستتغير الكمية المشتراة من السلعة X ؟

3- . إذا انخفض دخل المستهلك من 36 إلى 28 و السعر أصبح 2 دج للوحدة فما هو التوازن في هذه الحالة ؟

الحل :

- البحث في توازن المستهلك حسب معطيات التمرين و القيود الممنوحة و هي $Px = 3$ $Py = 2,$ $R = 36$

X, Y	4	5	6	7	8	9	10	11
UTx المنفعة الكلية لـX	109	125	140	155	169	183	196	207
UTy المنفعة االكلية لـy	104	116	128	139	150	160	169	177
Umx المنفعة الحدية لـX	17	16	15	15	14	14	13	11
Umy المنفعة الحدية لـy	13	12	12	11	11	10	09	08
$\frac{UM_X}{P_X}$ المنفعة الحديثة للنقود للسلعةX	5,6	5,3	5	5	4,6	4,6	4,3	3,6
$\frac{UM_y}{P_y}$ المنفعة الحديثة للنقود للسلعةy	6,5	6	6	5,5	5,5	5	4,50	04

من الجدول نبحث عن النقطة التي تحقق الشرطين : تساويا المنافع الحدية للنقود وتحقيق قيد الميزانية أي:

يتحقق الشرط الاول (تساوي المنافع الحدية للنقود) عند النقطتين : (6,9) (7,9)

الشرط الأول $\rightarrow$ $\frac{Um_X}{Px}(6) = \frac{Umy}{Py}(9) = 5$

الشرط الثاني $R = XPx + YPy \rightarrow 36 = 6(3) + 2(9) = 36$

إذن الثنائية التي تحقق التوازن للمستهلك و الذي يعني أقصى اشباع ممكن لهذا المستهلك هي $(X, Y) = (6, \quad 9)$

* المنفعة الكلية التي يتحصل عليها المستهلك عند التوازن = مجموع المنفعة الكلية للوحدة السادسة من x و الوحدة التاسعة من y.

المنفعة الكلية هي $UT = UT_X(6) + UT_y(9) \Rightarrow 160 + 140 = 300$

2 - ايجاد التوازن الجديد، في حالة انخفاض سعر السلعة بوحدة واحدة و أصبح $Px = 2$

X,Y	4	5	6	7	8	9	10	11
X المنفعة الكلية لـ UTx	109	125	140	155	169	183	196	207
y المنفعة االكلية لـ UTy	104	116	128	139	150	160	169	177
X المنفعة الحدية لـ Umx	17	16	15	15	14	14	13	11
y المنفعة الحدية لـ Umy	13	12	12	11	11	10	09	08
X المنفعة الحديثة للنقود للسلعة $\frac{UM_X}{P_X}$	8,5	8	7,5	7,5	7	7	6,5	5,5
y المنفعة الحديثة للنقود للسلعة $\frac{UM_y}{P_y}$	6,5	06	06	5,5	5,5	05	4,5	04

من خلال الجدول نلاحظ بأن الشرط الاول للتوازن يتحقق عند الثنائية التالية : (x ,y)= (11,7)

الشرط الأول $\frac{Um_X}{Px}(11)=\frac{Umy}{Py}(7)=5{,}5 \quad \rightarrow$

الشرط الثاني $R=XPx+YPy \rightarrow 36=11(2)+7(2)=36$

إذن يحقق المستهلك اقصى اشباع عند شراءه 11 وحدة من x و 7 وحدات من y .

المنفعة الكلية عند التوازن هي : $UT=UT_X(11)+UT_y(7) \Rightarrow 207+139=346$

نلاحظ بأن انخفاض سعر السلعة x أدى إلى زيادة الكمية المستهلاكة من السلعة x من 6 وحدات إلى 11 وحدة مع انخفاض استهلاك السلعة y بوحدتين أي من 9 وحدات الى 7وحدات

التمرين الرابع :

انطلاقا من البيانات أدناه :

. مثل بيانات منحنيات السواء U_4,U_3,U_2,U_1 على نفس المجموعات الإحداثيات ؟

. اذكر خصائص منحنيات السواء ؟

. عرف ثم احسب المعدل الحدي للإحلال TSM_{XY} لمنحنيات السواء ؟

. نفرض أن : $P_X = 2 \quad P_Y = 1, \quad R = 16,$

. مثل قيد الميزانية على نفس مجموعة الإحداثيات الواردة في السؤال 1

. مثل بيانيا على منحنيات السواء أعلاه الثنائيات :

. $A(4X, 8Y) \;\; B(2X, 12Y) \;\; C(7X, 7Y) \;\; E(6X, 3Y)$

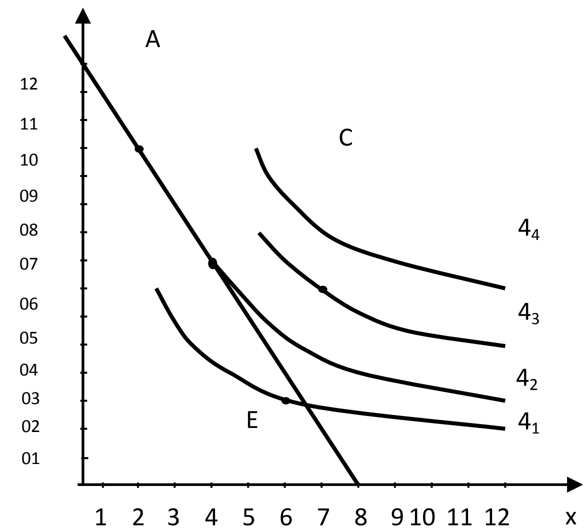
. انطلاقا من الثنائيات :

A, B, C, E ابحث في توازن المستهلك.

UT_1			UT_2			UT_3			UT_4		
X	Y	TSM_{XY}	X	Y	TSM_{XY}	X	Y	TSM_{XY}	X	Y	TSM_{XY}
2	12		3	12		5	12		7	12	
3	6		4	8		5.5	9		8	9	
4	4.5		5	6.3		6	8.3		9	7	
5	3.5		6	5		7	7		10	6.3	
6	3		7	4.4		8	6		11	5.7	
7	2.5		8	4		9	5.4		12	5.3	

حل التمرين الرابع :

1. التمثيل البياني:



2- **خصائص منحنيات السواء** : يمكن منح خصائص منحنيات السواء باختصار و بدون شرح نظراً لأن الطالب تعرض لهذه الخصائص بالشرح في المحاضرة

1- منحنيات السواء تنحدر في الاعلى الى الاسفل باتجاه اليمين

2- منحنيات السواء محدبة باتجاه نقطة الاصل (مقعرة)

3- منحنيات السواء لا تتقاطع

3- المعدل الحدي للاحلال TSM_{XY} y : هو عدد الوحدات التي يكون المستهلك مستعد للتنازل عنها من y من اجل الحصول على وحدة اضافية من x بشرط بقاءه على نفس مستوى الإشباع

4-حساب المعدل الحدي للاحلال:

استخدام القانون التالي: $TSmxy = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$

UT_1			UT_2			UT_3			UT_4		
X	Y	TSM_{XY}	X	Y	TSM	X	Y	TSM_{XY}	X	Y	TSM_{XY}
2	12	-	3	12	-	5	12	-	7	12	-
3	6	6	4	8	4	5.5	8	6	8	9	3
4	4.5	1,5	5	6.3	1,7	6	8.3	1,4	9	7	2
5	3.5	0,5	6	5	0,7	7	7	1,3	10	6.3	0,7
6	3	0,5	7	4.4	0,6	8	6	1	11	5.7	0,6
7	2.5	0,5	8	4	0,4	9	5.4	0,6	12	5.3	0,4

ملاحظات :

-نلاحظ ان المعدل الحدي للاحلال عند النقط الاولى غير معروف ، نظرا لعدم معرفة احداثيات النقطة التي تسبقها.

– إن الاشارة الاصلية للمعدل الحدي للاحلال سالبة نتيجة تعويض احدى السلعتين بالاخرى ولذلك نأحذ القيمة المطلقة.

– المعدل الحدى للاحلال متناقض.

البحث في التوازن: A : أنظر الى الجدول الثنائيات الملونة باللون الأزرق هي المطلوبة لإختبار التوازن ، عند التحقق من الشرط الثاني المتعلق بتساوي الإنفاق مع الدخل نجد أن الثنائية A و B هي فقط التي تحقق هذا الشرط ، و عند المقارنة بينهما يعني بين

A و B نجد أن النقطة A تمثل نقطة التوازن لأنها تحقيق شرطي التوازن بحيث أن A تنتمي إلى خط قيد الميزانية اي تحقق الانفاق الكامل للدخل $16 = XPx + YPy \rightarrow 16 = 4(2) + 8(1) = 16$

كما أنها تنتمي الى مستوى منفعة UT_2 أكبر من UT_1 تحقق تعظيم المنفعة

التمرين الخامس: . إذا كانت دالة المنفعة الكلية لمستهلك رشيد كالتالي : $UT = 4XY$

مع العلم أن: $R = 160 \quad Px = 1 \quad Py = 2$

المطلوب : 1-ما هي أعظم منفعة يمكن أن يحققها هذا المستهلك ؟

2- لنفرض حدوث عجز في إنتاج السلعة x مما أدى إلى ارتفاع سعرها إلى 4 وحدات نقدية مع بقاء سعر السلعة y و الدخل ثابتين ، ما هو اثر هذا التغير في توازن المستهلك رياضيا و بيانيا ؟

3- ما هي الطبيعة الاقتصادية لكل من السلعتين x . y من خلال النتائج المتحصل عليها ؟

4- ما اسم المنحنى المتحصل عليه من نقاط توازن المستهلك الناتجة عن تغير السعر ؟

الحل : دالة المنفعة هي $UT = 4XY$

1-بإستعمال طريقة مضاعف لاغرانج نحصل على مايلي:

المشكلة هي تعظيم دالة الإنتاج تحت قيد الدخل :

نكتب الدالة كمايلي : $£ = 4XY + \lambda(160 - X - 2Y)$

نبحث عن المشتقات الجزئية ثم نعدمها :

مشتق الدالة بالنسبة لـX $\frac{\delta \int}{\delta X} = 0 \rightarrow 4Y - \lambda = 0 \rightarrow \lambda = 4Y \ldots\ldots\ldots(1)$

مشتق الدالة بالنسبة لـY $\frac{\delta \int}{\delta Y} = 0 \rightarrow 4X - 2\lambda = 0 \rightarrow \lambda = 2X \ldots\ldots\ldots(2)$

مشتق الدالة بالنسبة لـλ $\frac{\delta \int}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow R - X - 2Y = 0 \rightarrow R = X + 2Y \ldots\ldots(3)$

من المعادلة (1) و (2) نجد : $Y = \frac{X}{2}$

بالتعويض في المعادلة الثالثة نجد :

$$\begin{cases} R = 2X \rightarrow X = \dfrac{R}{2} \\ R = 4Y \rightarrow Y = \dfrac{R}{4} \end{cases}$$

بالتعويض عن قيمة الدخل نجد : X=80 و Y=4O

بالتعويض في دالة الإشباع نجد : $UT = 4(80)(40) = 12800$

و بالتالي فالمستهلك يحقق إشباع قدره 12800 و ذلك بإنفاق كامل دخله المقدر ب160 على شراء 80 وحدة من السلعة X و 40 وحدة من السلعة Y بأسعار السلع السائدة في السوق

2-توازن المستهلك بعد إرتفاع سعر السلعة x:

1- رياضيا:

إن إرتفاع سعر السلعة X ينتج عنه أثران هما :

أ- **أثر الإحلال** : أن يخفض المستهلك من طلبه على السلعة X و يزيد من طلبه على السلعة Y أو يبقيه دون تغير و هذا راجع إلى مرونة الطلب الشعرية على السلعة X من جهة و علاقة السلعتين ببعضهما البعض من جهة أخرى

ب- **أثر الدخل** :و هو أن المستهلك سيطلب كميات أقل من السلعة التي إرتفع سعرها و بالتالي سيحقق منفعة أقل من المنفعة السابقة و بالتالي إرتفاع سعر السلعة الأولى يؤدي إلى إنخفاض القدرة الشرائية للمستهلك

إيجاد الثائية الجديدة بعد إرتفاع سعر السلعة X

من شرط توازن المستهلك لدينا : $\dfrac{Umx}{Umy} = \dfrac{Px}{Py}$

و لدينا قيد الميزانية هو : $R = XPx + YPY$

من المعادلة الأولى نجد $\dfrac{4Y}{4x} = \dfrac{4}{2} \rightarrow \dfrac{Y}{X} = 2 \Rightarrow Y = 2X$

بالتعويض في معادلة الدخل نحصل علىX : $160 = 4X + 2(2X) \rightarrow 160 = 8X \rightarrow X = 20$

و منه الكمية المطلوبة من السلعةY: $Y = 2X = 2(20) = 40$

و منه التوليفة هي (X.Y)=(20.40)

و منه قيمة المنفعة التي يحصل عليها المستهلك هي : $UT = 4(20)(40) = 3200$

نلاحظ بعد إرتفاع سعر السلعة X إنخفضت الكمية المطلوبة من هذه السلعة من 80وحدة إلى 20 و حدة مع بقاء الكمية المطلوبة من السلعة الأخرى ثابت و نلاحظ أن المستهلك يفقد من هذا التغيير الذي حدث منفعة قدرها (12800-3200 =9600) و بالتالي نقول أن القدرة الشرائية للمستهلك قد إنخفضت و هنا يظهر أثر الدخل

إذا ما أراد المستهلك المحافظة على نفس الإشباع الأول و المقدر ب12800 وحدة فيلزمه وحدات إضافية من الدخل

و السؤال المطروح هنا ماهو أقل دخل ممكن للمحافظة على نفس مستوى الإشباع الأول

نستخدم في هذه الحالة طريقة كوهن –توكر و هي العلاقة العكسية لعلاقة مضاعف لاغراج

فالمشكلة هنا هي : $\mathcal{L} = XPx + YPy + \lambda[UT - f(X,Y)]$

$$£= 4X + 2Y + \lambda[12800 - 4XY)]$$

لحل هذه المشكلة نبحث عن المشتقات الجزئية ثم نعدهما :

مشتق الدالة بالنسبة لـ X $\frac{\delta \int}{\delta X} = 0 \rightarrow 4 - 4\lambda Y = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1}{Y}\ldots\ldots\ldots(1)$

مشتق الدالة بالنسبة لـY $\frac{\delta \int}{\delta Y} = 0 \rightarrow 2 - 4X\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1}{2X}\ldots\ldots\ldots(2)$

مشتق الدالة بالنسبة لـ λ $\frac{\delta \int}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow 12800 - 4XY = 0 \rightarrow 12800 = 4XY\ldots\ldots\ldots(3)$

من المعادلة (1) و (2) نحصل على : $\lambda = \lambda \rightarrow \frac{1}{Y} = \frac{1}{2X}$

و بالتالي Y=2X بالتعويض في المعادلة (3) نحصل على :

$$12800 = 4X^2 \rightarrow X^2 = 3200 \rightarrow X = 40$$

و منه نحصل على قيمة Y=80

$$(X,Y) = (40,80)$$

بالتعويض في قيد الدخل نحصل على : $R = XPx + YPY = 4(40) + 2(80) = 320$

حتى يتمكن المستهلك من المحافظة على نفس مستوى الإشباع الأول و جب عله توفير دخل إضافي قدره (320-160 =160)أي 160 وحدة إضافية من الدخل من أجل البقاء في مستوى إشباع قدره 12800

حساب أثر التغيير :

أثر الإحلال : $X=40-80=-40$

$Y=80-40=40$

أثر الدخل : $X=20-40=-20$

$Y=80-40=40$

الأثر الكلي : أثر الإحلال + أثر الدخل

$X=20-80=-60$

$Y=40-40=0$

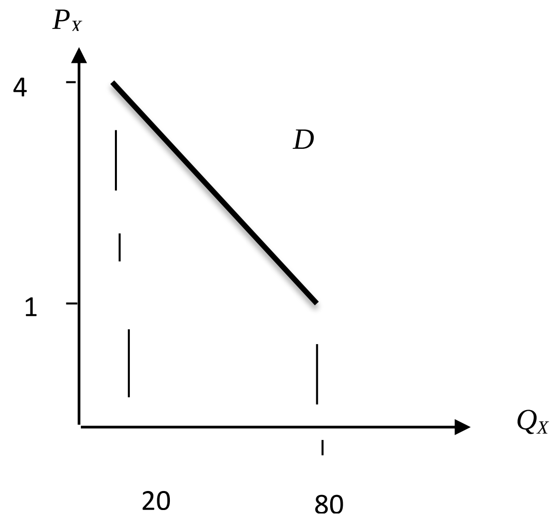
3–طبيعة العلاقة بين السلعتين : من النتائج المحصل عليها نلاحظ أن الطلب على السلعة Y لم يتأثر بإرتفاع سعر السلعة X بل بقي ثابت بينما زيادة الدخل أدى بالمستهلك بزيادة إنفاقه على السلعة Y و بالتالي زيادة الكميات المستهلكة منها و كذلك من السلعة X و هذا يعني أن **السلعتين عاديتان**

4–إشتقاق منحنى الطلب على السلعة X

جدول الطلب على السلعة X

سعر السلعة X	1	4
الكمية المطلوبة من السلعةX	80	20

الشكل : يمثل منحنى الطلب على السلعة X



حل التمرين السابع : إذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما هي: $UT = XY$

إذا كان سعر السلعة $P_X=2$ و سعر السلعة $P_Y=4$ بينما دخله المتاح كان $R=800$

1- ايجاد الكمية التوازنية التي تحقق أقصى اشباع لهذا المستهلك في حدود دخله و أسعار السلع السائدة في السوق

تحديد المشكلة :هي الحصول على أقصى إشباع : $\Im = XY + \lambda(800 - 2X - 4Y)$

تحت قيد الدخل : $800 = 2X + 4Y$

$$\begin{cases} \dfrac{\delta L}{\delta X} = 0 \to Y - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \dfrac{Y}{2} \ldots\ldots(1) \\ \dfrac{\delta L}{\delta Y} = 0 \to X - 4\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \dfrac{X}{4} \ldots\ldots(2) \\ \dfrac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \to R - 2X - 4Y = 0 \Rightarrow R = 2X + 4Y \ldots\ldots(3) \end{cases}$$

من المعادلة الأولى و الثانية نحصل على : $\lambda = \lambda \Rightarrow \dfrac{Y}{2} = \dfrac{X}{4} \Rightarrow 2Y = X$...........(4)

بالتعويض في المعادلة الثالثة نحصل على :

$$800 = 2X + 4Y \Rightarrow 800 = 2(2Y) + 4Y = 800 = 8Y \Rightarrow Y = 100$$

ومنه و بالتعويض في المعادلة الرابعة : $X = 2(100) \Rightarrow X = 200$

و بالتالي الكميات من السلعتين X Y التي تحقق للمستهلك أقصى اشباع هي : $(x, y) = (200 \quad ,100)$

منه نحصل على مستوى اشباع قدره $\Rightarrow UT = X.Y \Rightarrow U = (100)\cdot(200) = 20000$

2-اذا تغير الدخل(بالإرتفاع) و أصبح يساوي **1000** مع بقاء الأسعار على حالها بدون تغيير ، تحديد الكميات المشتراة في هذه الحالة

$$1000 = 2X + 4Y \Rightarrow 1000 = 2(2Y) + 4Y = 1000 = 8Y \Rightarrow Y = 125$$

$$X = 250$$

ومنه الكميات المشتراة في هذه الحالة هي $(x, y) = (125,250)$

و تصبح قسمة المنفعة (الإشباع) المحصل عليه في هذه الحالة

$$\Rightarrow UT = X.Y \Rightarrow U = (125)\cdot(250) = 31250$$

3 –في حالة انخفاض الدخل الى 600 مع بقاء الأسعار على حالها

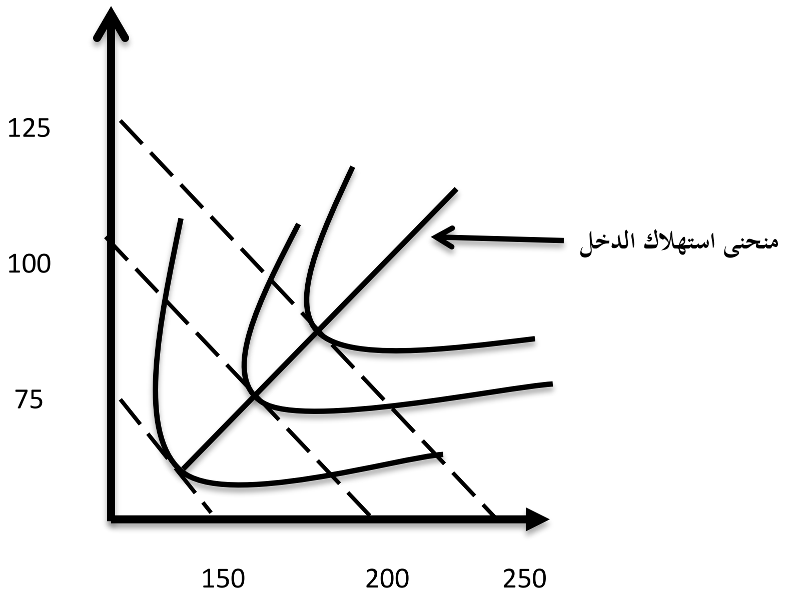
$$600 = 2X + 4Y \Rightarrow 600 = 2(2Y) + 4Y = 600 = 8Y \Rightarrow Y = 75$$

$$X = 150$$

$$\Rightarrow UT = X.Y \Rightarrow U = (150)\cdot(75) = 11250$$

ال

شكل: **الخاص بمنحنى إستهلاك _ الدخل**



منحى استهلاك الدخل: هو الخط الذي يصل مابين نقاط التوازن المختلفة للمستهلك التي تترتب عن تغير وضع خط الميزانية نتيجة تغير الدخل النقدي للمستهلك مع ثبات أسعار السلع و العوامل الأخرى المؤثرة

من النتائج المحصل عليها للكميات المشتراة من السلعتين X Y نتيجة تغير دخل المستهلك نستتنج أن السلعتين عاديتين

نشتق **منحنى إنجل** من خط إستهلاك _ الدخل : إن هذا المنحنى يوضح العلاقة بين الكمية المطلوبة من سلعة ما و دخل المستهلك , فكلما غيرنا الدخل حصلنا على نقطة توازن جديدة و بالتالي فكل نقطة تقع على منحنى الإستهلاك _ الدخل تعطينا الكمية المطلوبة من السلعة المعينة و في نفس الوقت الدخل المقابل لها و بذالك نحصل على النقاط المختلفة لمنحنى أنجل لتلك السلعة

حل التمرين الثامن : لتكن لدينا دالة المنفعة الكلية بالشكل التالي : $UT = f(X,Y) = X^{1/2}Y^{1/2}$

وقيد الميزانية : $300 = 6X + 3Y$

1-ايجاد الكميات التوازنية التي تحقق أقصى اشباع للمستهلك في حدود دخله ، باستعمال طريقة تساوي المنافع

لإيجاد دوال الطلب نستعمل طريقة تساوي المنافع الحدية : $\frac{Umx}{Umy} = \frac{Px}{Py}$

نحصل على المعادلة التالية : $\frac{1/2X^{-1/2}Y^{1/2}}{1/2Y^{-1/2}X^{1/2}}$

$$\Rightarrow \frac{Y}{X} = \frac{Px}{Py}$$

$\Rightarrow Y = \frac{XPx}{Py} \rightarrow Y = 2X$ وهي دالة الطلب على السلعة Y

$X = \frac{YPy}{Px} \rightarrow X = \frac{Y}{2}$ و هي دالة الطلب على السلعة X

$$R = XPx + YPy \Rightarrow 300 = 6X + 3(2X) \rightarrow 300 = 12X \rightarrow X = 25 \qquad Y = 50$$

و منه أقصى اشباع يحصل عليه المستهلك نتيجة استهلاكه 25 وحدة من X و 50 وحدة منY هو

$$UT = f(X,Y) = (25)^{1/2}(50)^{1/2} = 35,35$$

2- اذا ارتفع سعر السلعة X الى 8 دج مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة ،ابحث في توازن المستهلك

$$Y = \frac{8X}{3} \rightarrow X = \frac{3Y}{8}$$

$$R = XPx + YPy \Rightarrow 300 = 8X + 3(\frac{8X}{3}) \rightarrow 300 = 16X \rightarrow X = 18,75 \rightarrow \quad Y = 50$$

الملاحظ من ارتفاع سعر السلعة X أن المستهلك قام بتخفيض استهلاكه من السلعة xالتي ارتفع سعرها و أصبح يستهلك كميات أقل منها مع بقاءه في استهلاك نفس الكميات من السلعة Y التي لم يتغير سعرها و بالتالي أصبح يحصل على اشباع أقل من الحالة الأولى

$$UT = f(X,Y) = (18,75)^{1/2}(50)^{1/2} = 30,61$$

و بالتالي ضيع (فقد) ما مقداره 4,74 وحدة من المنفعة

3- 3- اذا انخفض سعر السلعة X الى 4 دج مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة ،ابحث في توازن المستهلك

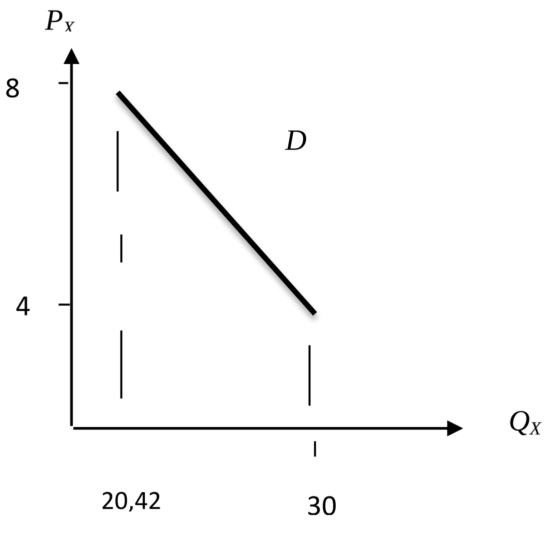
$$Y=\frac{4X}{3}\rightarrow X=\frac{3Y}{4}$$

$$R=XPx+YPy\Rightarrow 300=4X+3(\frac{4X}{3})\rightarrow 300=8X\rightarrow X=37.5\rightarrow \quad Y=50$$

الملاحظ من انخفاض سعر السلعة X أن المستهلك قام بزيادة استهلاكه من السلعة xالتي انخفض سعرها و أصبح يستهلك كميات أكبر منها مع ابقاءه في نفس مستويات الإستهلاك من السلعة Y التي لم يتغير سعرها و بالتالي أصبح يحصل على اشباع أكبر من الحالة الأولى

$$UT=f(X,Y)=(37{,}5)^{1/2}(50)^{1/2}=43{,}26$$

4-نوع السلعتين : السلعتين حسب التغيرات الحاصلة في الكميات المستهلكة منهما نتيجة تغير سعر احداهما يعتبران سلعتين ضروريتان



حل التمرين التاسع :بفرض لدينا دالة المنفعة التالية :

$$UT=f(X,Y)=X^{1/2}Y^{1/2}$$

1-ايجاد المعدل الحادي للإحلال التقني (احلال Xمحل Y)

$$TSM_{XY}=-\frac{UM_X}{UM_Y}=-\frac{\partial Y}{\partial X}=-\frac{Y}{X}$$

لإيجاد دوال الطلب نستعمل طريقة تساوي المنافع الحدية : $\frac{Umx}{Umy}=\frac{P_X}{P_Y}$

نحصل على المعادلة التالية : $\frac{Umx}{Umy}=\frac{P_X}{P_Y}\to\frac{1/2X^{-1/2}Y^{1/2}}{1/2Y^{-1/2}X^{1/2}}\to\frac{Y}{X}=\frac{20}{40}\to X=2Y$

$\Rightarrow Y=\frac{XPx}{Py}$ وهي دالة الطلب على السلعة Y

$X=\frac{YPy}{Px}$ و هي دالة الطلب على السلعة X

ايجاد الكميات التوازنية وذلك بتعويض عن قيمة X في معادلة خط الميزانية نجد

$$R=XPx+YPy\Rightarrow 16000=20X+40(\frac{X}{2})\to 16000=40X\to X=400 \qquad Y=200$$

$$(X \qquad Y)=(400 \qquad 200)$$

حل التمرين الحادي عشر : ليكن لدينا دالة المنفعة التالية : $UT=X^{\frac{1}{3}}+Y^{\frac{2}{3}}$

و خط الميزانية يساوي : $R=XP_X+YP_Y=100=2X+3Y$

المطلوب :

1– – ايجاد الكمية التوازنية التي تحقق أقصى اشباع لهذا المستهلك في حدود دخله و أسعار السلع السائدة في السوق

باستعمال طريقة تساوي المنافع : $\frac{UM_X}{UM_Y}=\frac{P_X}{P_Y}$

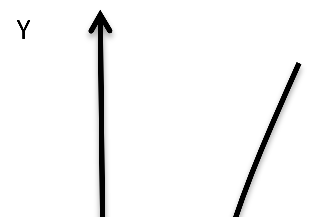
$$=\quad \frac{\frac{1}{3}X^{\frac{-2}{3}}Y^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}Y^{\frac{-1}{3}}X^{\frac{1}{3}}}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{\frac{Y}{3}}{\frac{2X}{3}}=\frac{Y}{2X}=\frac{2}{3}\Rightarrow 4X=3Y\Rightarrow Y=\frac{4X}{3}$$

$$X=\frac{3Y}{4}$$

بالتعويض عن X أو Y في قيد الميزانية نجد :

$$R=XP_X+YP_Y=100=2X+3(\frac{4X}{3})\to X=16{,}66\to Y=\frac{4(16{,}66)}{3}=22{,}21$$

$$(X,Y)=(16{,}66 \qquad 22{,}21)$$



2-بافتراض أن سعر السلعين ارتفع و أصبح سعر السلعة Xيساوي 6 و سعر السلعة Y يساوي 6 و زاد دخل المستهلك الة 200 وحدة نقدية اوجد الكميات التوازنية الجديدة

من الشرط الأول للتوازن و الخاص بتساوي المنافع الحدية نحصل على $\frac{Y}{2X} = \frac{6}{6} \Rightarrow Y = 2X \rightarrow X = \frac{Y}{2}$

$$R = XP_X + YP_Y = 200 = 6X + 6(2X) \rightarrow X = 11{,}11 \rightarrow Y = 2(11{,}11) = 22{,}22$$
$$(X, Y) = (11{,}11 \qquad 22{,}22)$$

نلاحظ ان الزيادة في أسعار السلعتين مع الزيادة في الدخل أدى الى انخفاض الطلب على السلعة X و بقاء الطلب على السلعة Yفي نفس المستوى الأول أي لم يتغير