2.3. توازن المنتج رياضيا :

بما أن المنتج العقلاني هو ذلك المنتج الذي يحاول أن يستخدم عوامل الإنتاج بطريقة تسمح له بالحصول على أكبر إنتاج بأقل التكاليف فإن مشكلته تتمثل في إما:

- تعظيم الإنتاج تحت قيد الميزانية الموجودة والمعروفة مسبقا.
- أو العكس تقليل التكاليف و تدنيتها في ظل معرفة كمية الإنتاج مسبقا.

1.2.3. الحالة الأولى: تعظيم الإنتاج تحت قيد التكلفة *: نعتمد هذا الأسلوب في حالة إمكانية التعبير عن مستوى الإنتاج لسلعة ما بدالة رياضية والذي يمكن أن تأخذ الصورة التالية $Q = f\,(L،K)$، مع افتراضنا أن هذه السلعة تعتمد على عنصري العمل L ورأس المال K : ، وذلك في حدود الميزانية المخصصة للإنتاج وفي ظل أسعار عوامل الإنتاج السائدة في السوق P_L، P_K ، وكما ذكرنا سابقا أن هدف المنتج هو تعظيم مستوى إنتاجه من السلعة تحت قيد الميزانية (التكلفة)، حيث يمكن التعبير عن هذا التوازن رياضيا بالشكل التالي:

$$\begin{cases} \text{Max: } Q = f\,(L،K) \\ \qquad {}^{s}/_{c} \\ CT = LP_L + KP_K \end{cases}$$

ولإيجاد كمية عناصر الإنتاج التي تحقق التوازن لهذا المنتج هناك عدة طرق، سوف نلقي نظرة على طريقتين:

أ. ***طريقة شرطي التوازن*** : تتطلب هذه الطريقة تحقيق شرطين أساسيين :

الشرط الأول: هو تساوي نسبة الإنتاجية الحدية بالنسبة لكل عامل من عوامل الإنتاج إلى سعرها والذي يعبر عنه وفق العلاقة التالية . $\frac{P_{ML}}{P_L} = \frac{P_{MK}}{P_K}$.....(1)

الشرط الثاني : يتمثل في قيد الميزانية المخصص لإنتاج السلعة والذي يتحقق من خلال العلاقة التالية:

$$CT = LP_L + KP_K \text{.......(2)}$$

* ملاحظة هامة : في هذه الحالة التكلفة CT معلومة ومحددة في حين أن الإنتاج الكلي Q مجهول.

ب. *طريقة مضاعف لاغرانج Lagrange* : لقد تم التطرق لهذه الطريقة في الفصل الأول (نظرية المنفعة)،فلها صيغتها الخاصة وشرطين لحلها، ويتم أولا تشكيل صيغتها كالآتي:

$$\mathfrak{L} = f(L ، K) + \lambda(CT - LP_L - KP_K)$$

الشرط اللازم: أن تكون المشتقات الجزئية(λ،K،L) الأولى لدالة لاغرانج مساوية للصفر.

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathfrak{L}}{dL} = 0 \Rightarrow f'_L - \lambda P_L = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ \dfrac{d\mathfrak{L}}{dK} = 0 \Rightarrow f'_K - \lambda P_K = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2) \\ \dfrac{d\mathfrak{L}}{d\lambda} = 0 \Rightarrow CT - LP_L - KP_K = 0 \ldots\ldots\ldots (3) \end{cases}$$

الشرط الكافي: أن يكون المحدد الهيسي (المحدد) أكبر من الصفر

$$H = \begin{vmatrix} L''_{LL} & L''_{LK} & L''_{L\lambda} \\ L''_{KL} & L''_{KK} & L''_{K\lambda} \\ L''_{\lambda L} & L''_{\lambda K} & L''_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} > 0$$

مثال توضيحي1 :

بافتراض أن إنتاج السلعة X يعتمد على عاملي رأس المال والعمل إذ يمكن التعبير عن هذه العلاقة بالدالة الآتية: $Q = LK$ ، علما أن الميزانية المخصصة للإنتاج تقدر ب200 ون، وأن أسعار عوامل الإنتاج هي $P_L = 4$ ،$P_K = 2$.

المطلوب:

1. أوجد بطريقتين مختلفتين التوليفة المثلى من عوامل الإنتاج (L.K) التي تمكن من تعظيم مستوى الإنتاج للسلعة X ؟
2. ما هو حجم الإنتاج الموافق لهذه التوليفة ؟

الحل: لدينا: $Q = LK$ ، CT= 200، $P_L = 4$ ، $P_{K=}2$

1. إيجاد التوليفة المثلى من عوامل الإنتاج (L.K) التي تمكن من تعظيم مستوى الإنتاج للسلعة X :

- ***طريقة شرطي التوازن:***

$$\begin{cases} \dfrac{P_{ML}}{P_L} = \dfrac{P_{MK}}{P_K} \quad \ldots\ \ldots\ldots(1) \\ CT = LP_L + KP_K \ldots\ldots(2) \end{cases}$$

نعلم أن $P_{ML} = \frac{\partial Q}{\partial L} = K$ ، و $P_{MK} = \frac{\partial Q}{\partial K} = L$

وبالتالي $\frac{P_{ML}}{P_L} = \frac{P_{MK}}{P_K} \Rightarrow \frac{K}{4} = \frac{L}{2} \Rightarrow 2K = 4L \Rightarrow \boxed{K = 2L}$ ......(3)

نعلم أن $CT = LP_L + KP_K$ عند تعويضنا للقيم نجد التالي : $200 = 4L + 2K$

بتعويض (3) في المعادلة (2) نجد

$$200 = 4L + 2K \Rightarrow 200 = 4L + 2.2L \Rightarrow 200 = 8L \Rightarrow L = \frac{200}{8} \Rightarrow \boxed{L = 25}$$

نعلم أن $K = 2L \Rightarrow K = 2.25 = \boxed{K = 50}$

- ***الطريقة الثانية لاغرانج Lagrange :***

صيغة Lagrange كالآتي: $\int = f(L ، K) + \lambda(CT - LP_L - KP_K)$

$$\int = LK + \lambda(200 - 4L - 2K)$$

الشرط اللازم: المشتقات الجزئية تساوي الصفر $\frac{d\int}{dL,K,\lambda} = 0$

$$\begin{cases} \dfrac{d\int}{dL} = 0 \Rightarrow K - \lambda 4 = 0 \Rightarrow K = \lambda 4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ \dfrac{d\int}{dK} = 0 \Rightarrow L - \lambda 2 = 0 \Rightarrow L = \lambda 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2) \\ \dfrac{d\int}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 200 - 4L - 2K = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3) \end{cases}$$

بقسمة المعادلة $1/2$ نجد: $\frac{K}{L} = \frac{\lambda 4}{\lambda 2} \Rightarrow \frac{K}{L} = 2 \Rightarrow \boxed{K = 2L}$ ....(4)

بتعويض المعادلة (4) في (3) نجد :

$200 - 4L - 2K = 0 \Rightarrow 200 = 4L + 2.2\,L \Rightarrow 200 = 8L \Rightarrow L = \frac{200}{8} = \mathbf{25} = \boldsymbol{L}$

نعلم أن $K = 2L \Rightarrow K = 2.\ 25 = \mathbf{50} = \mathbf{K}$.

الشرط الكافي: أن يكون المحدد الهيسي (المحدد) أكبر من الصفر.

$$\mathbf{H} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \mathbf{L} & \mathbf{K} & \lambda \\ + & - & + \end{array} \\ \begin{vmatrix} 0 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & -2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} \end{array} = 0 \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} + (-4) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -4 & -2 \end{vmatrix}$$

$H = 0[0.0-(-2).(-2)] - 1[1.0-(-4).(-2)] - 4[1.(-2) - 0.(-4)]$

$H = 0 - 1(-8) - 4(-2) = \mathbf{16} = \mathbf{H} > \mathbf{0}$

بما أن المحدد $H > 0$ فإن الكمية $L = 25$ و $K = 50$ هي الكمية المثلى لتعظيم الإنتاج.

2. حساب حجم الإنتاج الموافق لهذه التوليفة :

بما أن $L = 25$ و $K = 50$ ودالة الإنتاج $Q = LK$ فإن حجم الإنتاج هو :

$Q = 25\,.50 = 1250$

2.2.3 الحالة الثانية تدنية التكاليف تحت قيد الإنتاج*:

نعتمد هذا الأسلوب في حالة إمكانية التعبير عن مستوى الإنتاج لسلعة ما بدالة رياضية والذي يمكن أن تأخذ الصورة التالية $Q = f(L،K)$، مع افتراضنا أن هذه السلعة تعتمد على عنصري العمل L ورأس المال K ، وفي ظل أسعار عوامل الإنتاج السائدة في السوق P_L، P_K ، وبما أن هدف المنتج في هذه الحالة هو تقليل تكاليف السلعة تحت قيد الكمية المنتجة (المعلومة مسبقا)، حيث يمكن التعبير عن هذا التوازن رياضيا بالشكل التالي:

$$\begin{cases} \text{Min} \ : CT = LP_L + KP_K \\ \quad\quad s/_c \\ Q = f(L،K) \end{cases}$$

في هذه الحالة ينعكس الأمر مقارنة بالحالة الأولى فتصبح صيغة لاغرانج بالشكل التالي:

$$\mathcal{L} = LP_L + KP_K + \lambda(Q - f(L ، K))$$

وليتم تحديد التوليفة أو الكمية المثلى التي تحقق أقل تكلفة يجب تحقيق الشرطين التاليين :

الشرط اللازم: أن تكون المشتقات الجزئية(L،K،λ) الأولى لدالة لاغرانج مساوية للصفر.

$$\begin{cases} \frac{d\mathcal{L}}{dL} = 0 \Rightarrow P_L - \lambda f'_L = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ \frac{d\mathcal{L}}{dK} = 0 \Rightarrow P_K - \lambda f'_K = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2) \\ \frac{d\mathcal{L}}{d\lambda} = 0 \Rightarrow Q - f(L ، K) = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots (3) \end{cases}$$

* **ملاحظة مهمة** : الفرق بين الحالة الأولى والثانية هو أن الأولى التكلفة معلومة وكمية الإنتاج مجهولة، أما الحالة الثانية فالإنتاج معلوم والتكلفة مجهولة، وهذا ما ستلاحظه في أسئلة السلسلة رقم 05 ، لذلك ركز على الفرق في كتابة صيغة لاغرانج.

الشرط الكافي: أن يكون المحدد الهيسي (المحدد) أقل من الصفر.

$$H = \begin{vmatrix} L''_{LL} & L''_{LK} & L''_{L\lambda} \\ L''_{KL} & L''_{KK} & L''_{K\lambda} \\ L''_{\lambda L} & L''_{\lambda K} & L''_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} < 0$$

مثال توضيحي (2):

نفترض لدينا دالة إنتاج إحدى المؤسسات بالشكل التالي: $Q = 2LK$ ، بإفتراض أن $P_K = 5$ ، $P_L = 10$.

المطلوب : أوجد التوليفة المثلى من عنصري الإنتاج التي تمكن المؤسسة من تحقيق إنتاج قدره $Q = 14400$.

الحل :

تحديد التوليفة المثلى لإنتاج كمية قدرها 14400 وحدة:

بما أن الكمية المراد إنتاجها معلومة فإن هدف المنتج في هذه الحالة هو التقليل من التكاليف ، ونعبر عنها رياضيا بهذا الشكل:

$$\begin{cases} \text{Min} \ : CT = 10L + 5K \\ s/_c \\ 14400 = 2LK \end{cases}$$

أولا: صيغة لاغرانج Lagrange $\quad \int = 10L + 5K + \lambda(14400 - 2LK)$

الشرط اللازم: هو المشتقات الجزئية تساوي الصفر $\frac{d\int}{dL,K,\lambda} = 0$

$$\begin{cases} \frac{d\int}{dL} = 0 \Rightarrow 10 - \lambda 2K = 0 \Rightarrow 10 = \lambda 2K \ldots\ldots..\ldots\ldots.\ldots (1) \\ \frac{d\int}{dK} = 0 \Rightarrow 5 - \lambda\, 2L = 0 \Rightarrow 5 = \lambda\, 2L \ldots..\ldots.\ldots...\ldots\ldots (2) \\ \frac{d\int}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 14400 - 2LK = 0 \Rightarrow 14400 = 2LK \ldots\ldots\ldots (3) \end{cases}$$

بقسمة المعادلة $\frac{1}{2}$ نجد :

$$\frac{10}{5} = \frac{\lambda 2K}{\lambda\, 2L} \Rightarrow \frac{10}{5} = \frac{K}{L} \Rightarrow 10L = 5K \Rightarrow K = \frac{10L}{5} = \boxed{2L = K} ....(4)$$

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة رقم (3) نجد:

$$14400 = 2L.(2L) = 4L^2 \Rightarrow L^2 = \frac{14400}{4} = 3600 \Rightarrow L = \sqrt{3600} = \boxed{60 = L}$$

نعلم أن $K = 2L \Rightarrow K = 2 . 60 \boxed{K = 120}$

كما أن $\lambda = \frac{10}{2K} = \frac{10}{2.120} = 0.0416$

الشرط الكافي: أن يكون المحدد الهيسي (المحدد) أقل من الصفر(نستخرج المصفوفة من المشتقات الجزئية الثانية لـLagange.

$$H = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} L & K & \lambda \\ + & - & + \end{array} \\ \begin{vmatrix} 0 & -2\lambda & -2K \\ -2\lambda & 0 & -2L \\ -2K & -2L & 0 \end{vmatrix} \end{array} < 0$$

$$H = 0\begin{vmatrix} 0 & -2L \\ -2L & 0 \end{vmatrix} - (-2\lambda)\begin{vmatrix} -2\lambda & -2L \\ -2K & 0 \end{vmatrix} + (-2K)\begin{vmatrix} -2\lambda & 0 \\ -2K & -2L \end{vmatrix}$$

$$H = 0\mathbf{[}0.0-(-2L)(-2L)\mathbf{]}+2\lambda\mathbf{[}(-2\lambda).0-(-2L)(-2L)\mathbf{]}-2K\mathbf{[}(-2\lambda)(-2L)-0.(-2k)\mathbf{]}$$

$$H = 0+2\lambda(4L^2)-2K(4\lambda L) = 8(0.0416)60^2 - 8(120)(0.0416)(60)$$

$$H = 1198.08-2396.16 = \mathbf{-1198.08 < 0}$$

إذن التوليفة المثلى لإنتاج 14400 وحدة هي : **K= 120** و $\boldsymbol{60 = L}$.

1. تابع لدالة الإنتاج في المدى الطويل (غلة الحجم):

للتذكير فإن غلة الحجم ثلاث حالات (غلة الحجم متزايدة، ثابتة، متناقصة) ولتحديدها رياضيا يعتمد على ما يعرف بالدوال المتجانسة، حيث تسمح **درجة تجانس دوال الإنتاج** بمعرفة نوعية غلة الحجم ويمكن القول أن الدالة **متجانسة من الدرجة** ($\mathbf{n}$) إذا تحققت العلاقة الآتية:

$$f(tL ، t K) = t^n f(L ، K)$$

حيث: $\mathbf{t}$: عدد موجب وهو مقدار مضاعف عنصري الإنتاج، العمل(L) و رأس المال(K) .

$\boldsymbol{t^n}$: مقدار مضاعفة الإنتاج الكلي.

$\mathbf{n}$: درجة **تجانس** الدالة

وهذا يعني أن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل(L) و رأس المال(K) بمقدار (t) سوف يؤدي إلى مضاعفة الإنتاج الكلي بمقدار ($\boldsymbol{t^n}$) ، ومنه نستنتج أنه إذا كان :

$\mathbf{n = 1}$:هذا يعني أن نسبة الزيادة في الإنتاج الكلي مساوية تماما لنسبة الزيادة في عناصر الإنتاج وبالتالي فإن غلة الحجم **ثابتة**.

$\mathbf{n > 1}$:هذا يعني أن نسبة الزيادة في الإنتاج الكلي أكبر من نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج وبالتالي فإن غلة الحجم **متزايدة**.

$\mathbf{n < 1}$:هذا يعني أن نسبة الزيادة في الإنتاج الكلي أقل من نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج وبالتالي فإن غلة الحجم **متناقصة**.

مثال :

لتكن لدينا دالة الإنتاج بالشكل التالي: $Q = f(L ، K) = \mathrm{LK} + 3\mathrm{L}^2$

المطلوب: حدد درجة تجانس هذه الدالة ؟ وماذا تستنتج؟

الحل:

$$f(tL ، tK) = (\mathrm{tL})(\mathrm{tK}) + 3(\mathrm{tL})^2 = \mathrm{t}^2\mathrm{LK} + 3\mathrm{t}^2\mathrm{L}^2 = \mathrm{t}^2(\mathrm{LK} + 3\mathrm{L}^2)$$

$$f(\boldsymbol{tL} ، \mathbf{t}\boldsymbol{K}) = \mathbf{t}^2\boldsymbol{Q}$$

مما سبق يمكن القول أن الدالة متجانسة من الدرجة الثانية (هو **أس** $\boldsymbol{t}$) وهو ما يعني أن مضاعفة عنصري العمل L ورأس المال K بمقدار t، سوف يؤدي إلى مضاعفة الإنتاج الكلي بمقدار(t^2)، فإذا ما افترضنا أن $t = 5$ فهذا يعني أن مضاعفة L و K بمقدار 5 مرات فإن الإنتاج الكلي سوف يتضاعف بمقدار 25 مرة.

2. دوال الإنتاج كوب – دوغلاس Cobb–Douglass:

تعتبر هذه الدالة الأداة التي مكنت الاقتصاديين من بناء نماذج واكتشاف دوال أخرى أدت إلى إحداث تطور واضح في أساليب التحليل الإقتصادي في عصرنا، ولهذا فإن دراسة هذه الدالة يعد هدفا أساسيا في هذا الجزء من مادة الإقتصاد الجزئي، ويرجع اسم هذه الدالة إلى الاقتصاديان: CW Cobb و Paul Douglass اللذان حاولا في الفترة بين (1899–1922) استعمال بيانات عن الصناعة الأمريكية لقياس مدى مساهمة العمالة ورأس المال في الإنتاج، وهي من أهم أدوات التحليل الإقتصادي التي ظهرت حتى الآن.

وتأخذ هذه الدالة الشكل الآتي:

$$\boxed{Q = A\,L^{\alpha}K^{\beta}}$$

حيث:

Q : الإنتاج الكلي؛

A: ثابت ($A>0$)؛

L،K: الكميات المستخدمة من العمل و رأس المال؛

α ، β : مرونة الإنتاج بالنسبة لكل من العمل ورأس المال ($0 < \alpha$ ، $\beta < 1$).

ولمعرفة **درجة تجانس دالة كوب– دوغلاس** نطبق علاقة التجانس فنجد:

$$f(tL\,،tK) = A\,(tL)^{\alpha}(tK^{\beta}) \Rightarrow f(tL\,،tK) = At^{\alpha}L^{\alpha}t^{\beta}K^{\beta}$$

$$\Rightarrow f(tL\,،tK) = t^{\alpha+\beta}AL^{\alpha}K^{\beta} \Rightarrow \boxed{f(tL\,،tK) = t^{\alpha+\beta}Q}$$

من خلال ما سبق فإن **درجة تجانس** الدالة هو $(\boldsymbol{\alpha + \beta})$ ، كما أن نوع غلة الحجم يعتمد في دالة كوب– دوغلاس **على مجموع مرونات الجزئية** لكل من العمل($E_L = \alpha$) الذي هو أس (L) ورأس المال($E_K = \beta$) الذي مرونته هي أس (K) فإذا كانت:

$\alpha + \beta = 1$: فإن غلة الحجم ثابتة.

$\alpha + \beta > 1$:فإن غلة الحجم متزايدة.

$\alpha + \beta < 1$:فإن غلة الحجم متناقصة.

مثال توضيحي: لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية: $Q = 10L^{0.1}K^{0.7}$

المطلوب: 1. ما نوع هذه الدالة؟

2. ما هي درجة تجانسها؟ وما نوع غلة الحجم؟

الحل:

1. هذه الدالة من الشكل : $Q = AL^{\alpha}K^{\beta}$ وبالتالي فهي من النوع كوب– دوغلاس ، بحيث:

A :معامل الدالة (الثابت) ويساوي 10.

$\alpha = 0.1$: المرونة الجزئية للعمل.

$\beta = 0.7$: المرونة الجزئية لرأس المال.

2. حساب درجة تجانس الدالة :

$$f(tL ،tK) = 10\,(tL)^{0.1}(tK^{0.7}) = 10t^{0.1}L^{0.1}t^{0.7}K^{0.7}$$
$$\Rightarrow f(tL ،tK) = 10\,t^{0.1+0.7}L^{0.1}K^{0.7} = t^{0.8}10L^{0.1}K^{0.7}$$
$$\Rightarrow f(tL ،tK) = t^{0.8}Q$$

يمكن إستخراج درجة تجانس الدالة من أُس t الذي يساوي ($\alpha + \beta = 0.8$) وبالتالي فالدالة متجانسة من الدرجة 0.8.

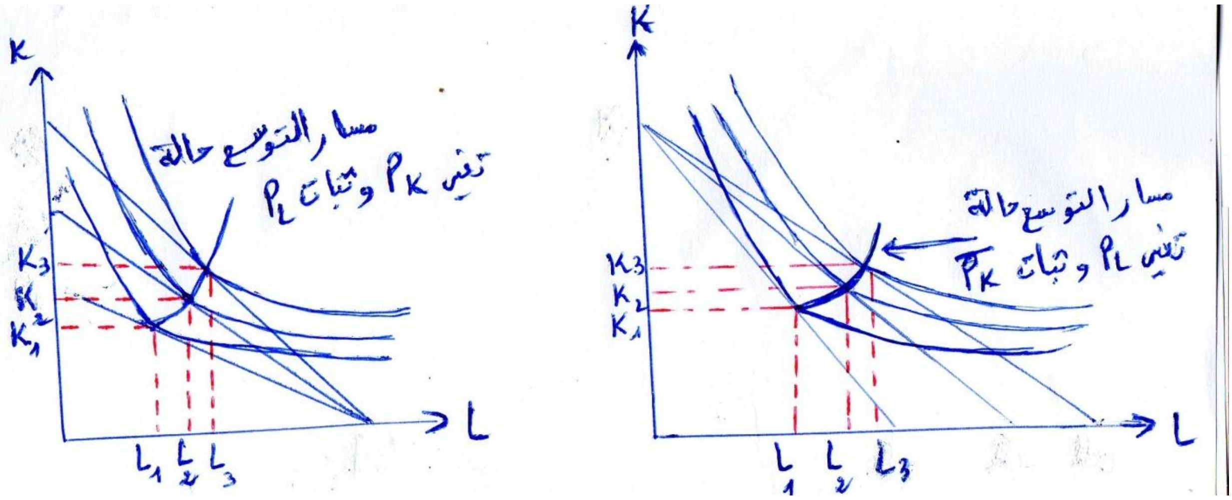
وبما أن $\alpha + \beta = 0.8 < 1$:فإن **غلة الحجم متناقصة**.

3.3 المسار الأمثل للتطور (مسار توسع المؤسسة):

إن توازن المنتج يبقى في الحالة الصحيحة طالما بقيت المعطيات المفترضة ثابتة كالعمل(L) ورأس المال(K) و التكلفة الكلية CT ...إلخ، إلا أن هذا التوازن يختل فيما لو تغير واحد من هذه المعطيات، وقد ينتج عن هذا التغير تغيرًا في حجم الإنتاج أو حجم المؤسسة وهذه بعض الحالات أدناه:

1.3.3 الحالة الأولى تغير سعر أحد عناصر الإنتاج مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة:

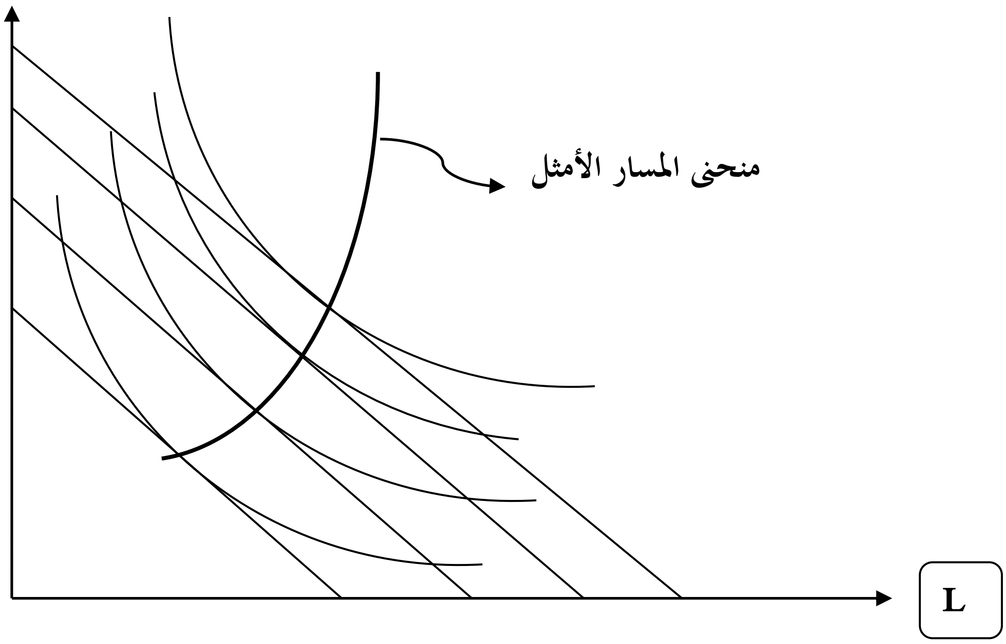
إذا تغير سعر الوحدة لأحد عناصر الإنتاج نفرض أنه(P_L) فسنلاحظ تغير خط التكاليف المتساوية على محور عنصر العمل (L) الأفقي مع بقاء النقطة على محور عنصر رأس المال على حالها ، وبالتالي يختل التركيب الذي يحقق توازن المنتج مما يؤدي إلى ظهور نقطة توازن جديدة ، والربط بين نقاط التوازن الجديدة يسمى بمسار التوسع أو المسار الأمثل للتطور، نفس المبدأ إذا تغير P_K وبقاء P_L ثابت ، ويظهر ذلك في الرسم التالي:



2.3.3 الحالة الثانية حالة تغير التكلفة مع بقاء الأسعار ثابتة :

إذا تغيرت التكلفة (الميزانية) مع بقاء أسعار عناصر الإنتاج P_L، P_K ثابتين فهذا سيؤدي إلى وجود عدة نقاط توازن ، أي كلما تغيرت الميزانية ستكون هناك نقطة توازن جديدة وبالتالي فإن الخط الذي يربط بين نقاط التوازن يسمى بمسار التوسع وهو يبين التوافيق والكميات المثلى من L، K التي يجب إستخدامها من عوامل الإنتاج لتحقيق أقصى إنتاج بأدنى التكاليف، والشكل أدناه يبين ذلك :

K



شكل منحنى المسار الأمثل للتوسع

4.3 تعظيم الربح :

في حقيقة الأمر أن الهدف الأساسي لأي منتج هو تحقيق أكبر قدر ممكن من الأرباح ، وليس أكبر كمية من الإنتاج، وذلك من خلال تعظيم الفائض بين الإيرادات والتكاليف وعليه فالربح هو حاصل الفرق بين الإيرادات و التكاليف، ويمكن كتابة معادلة الربح بالشكل التالي:

الربح = الإيراد الكلي – التكاليف الكلية $\boldsymbol{\Pi = RT - CT}$

بحيث: **RT**: تمثل الإيراد الكلي وهو حاصل ضرب الكمية المنتجة(المباعة) مضروبة في سعر البيع.

CT: تمثل التكاليف الكلية مع العلم أن. $\mathbf{CT = L}\boldsymbol{P_L + KP_K}$

مثال:

لنفرض أن لدينا دالة الإنتاج بالشكل التالي: $Q = 2LK$، وبسعر $P_L = 10$ ،$P_K = 5$ تم إنتاج 144 وحدة وذلك بإستعمال ستون وحدة من L ومائة وعشرون وحدة منK ($L = 60$ ، $K = 120$).

المطلوب: أحسب ربح المنتج إذا علمت أن كل ما تم إنتاجه تم بيعه بسعر يساوي 10 ون؟

الحل:

نعلم أن : الربح = الإيراد الكلي – التكاليف الكلية $\boldsymbol{\Pi = RT - CT}$

- حساب الإيراد الكلي: **RT =الكمية المباعة x سعر البيع** = 144 x 10 = **1440**
- حساب التكلفة الكلية **CT** : **CT** = **L**$\boldsymbol{P_L + KP_K}$ = 60.10+ 120.5 = **1200**
- **الربح = الإيراد الكلي – النفقات الكلية = 1440 – 1200= 240** .