Université de Djilali Bounaama-Khemis Miliana **2019/2020**
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Technologie
2ème Annee LMD ST

Méthodes numériques

SERIE D'EXERCICES N°1 (avec solution)

EXERCICE N°1:

Soit la fonction suivante:

$f(x) = x^5 - 15x^3 - 8$

Calculer une valeur approchée de la solution dans l'intervalle [-3,0] par la méthode de Dichotomie (bissection) avec une précision de 2 chiffres après la virgule.

EXERCICE N°2:

Soit la fonction suivante:

$f(x) = x^4 + 4x + 2$

Calculer une valeur approchée de la solution dans l'intervalle [-1,0] par la méthode de bissection avec une précision de 2 chiffres après la virgule.

EXERCICE N°3:

Soit les fonctions suivantes:

1) $f_1(x) = \cos x - x$

2) $f_2(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

Résoudre ces fonctions par la méthode de Newton-Raphson avec une précision de 5 chiffres après la virgule.

Prenons ; pour $f_1(x)$, $x_0 = 0.3$ et pour $f_2(x)$, $x_0 = 6$.

EXERCICE N°4:

Soit les fonctions suivantes:

1) $f_1(x) = x\, e^x - 1$

2) $f_2(x) = \cos x - x$

Résoudre ces fonctions par la méthode de la substitution successives dans l'intervalle [0,1] avec une précision de 2 chiffres après la virgule.

Prenons ; pour $f_1(x)$, $x_0 = 0.5$ et pour $f_2(x)$, $x_0 = 0.75$.

Méthodes numériques

SERIE D'EXERCICES N°1 (avec solution)

Sol Ex01 :

k	x_k	x_{k+1}	x_{k+2}	$f(x_k)$	$f(x_{k+2})$	$f(x_{k+2})$
0	-3	0	-1.5	154	-8	35.031
1	-1.5	0	-0.75	35.031	-8	-1.909
2	-1.5	-0.75	-1.125	35.031	-1.909	11.555
3	-1.125	-0.75	-0.937	11.555	-1.909	3.617
4	-0.937	-0.75	-0.843	3.617	-1.909	0.560
5	-0.843	-0.75	-0.796	0.560	-1.909	-0.754
6	-0.843	-0.796	-0.819	0.560	-0.754	-0.128
7	-0.843	-0.819	-0.831	0.560	-0.128	0.211
8	-0.831	-0.819	-0.825	0.211	-0.128	0.04
9	-0.825	-0.819	-0.822			

$x^* = -0.82$

Sol Ex0 :2

k	x_k	x_{k+1}	x_{k+2}	$f(x_k)$	$f(x_{k+1})$	$f(x_{k+2})$
0	-1	0	-0.5	-1	2	0.062
1	-1	-0.5	-0.75	-1	0.062	-0.683
2	-0.75	-0.5	-0.625	-0.683	0.062	-0.347
3	-0.625	-0.5	-0.562	-0.347	0.062	-0.148
4	-0.562	-0.5	-0.531	-0.148	0.062	-0.044
5	-0.531	-0.5	-0.515	-0.044	0.062	0.01
6	-0.531	-0.515	-0.523	-0.044	0.01	-0.017
7	-0.523	-0.515	-0.519	-0.017	0.01	-0.003
8	-0.519	-0.515	-0.517			

$x^* = -0.51$

Méthodes numériques

SERIE D'EXERCICES N°1 (avec solution)

Sol Ex0 :3

1)

k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x)$
0	0.3	0.655336	-0.1295520
1	0.805848	-0.113348	-1.721418
2	0.740002	-0.001534	-1.674289
3	0.739085	0	-1.673611
4	0.739085		

$x^* = 0.73908$

2)

k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x)$
0	6	60	47
1	4.723404	17.475891	21.250788
2	3.901039	4.969219	9.841847
3	3.396131	1.325182	4.847545
4	3.122759	0.292577	2.781763
5	3.017582	0.036096	2.106419
6	3.000445	0.00089	2.002670
7	3 .0	0	2 .0
8	3		

$x^* = 3$

Sol Ex0 :4

La condition de la convergence pour cette methode est ;$|g'(x)| < 1$

1) $f(x) = xe^x - 1$, cette fonction peut s'écrire sous la forme ; $x = g(x)$

$$xe^x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{e^x} = e^{-x} = g_1(x)$$

$g_1'(x) = -e^{-x} \rightarrow |g_1'(x)| = e^{-x} < 1$ dans l'intervalle [0,1]

Donc, cette fonction est convergente dans cet intervalle.

Université de Djilali Bounaama-Khemis Miliana **2019/2020**
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Technologie
2ème Annee LMD ST

Méthodes numériques

SERIE D'EXERCICES N^{O}1 (avec solution)

Prenons $x_0 = 0.5$ avec $x_{k+1} = e^{-x_k}$

k	1	2	3	4	5	6	7	8
x_k	0.5	0.606	0.545	0.579	0.560	0.571	0.564	0.568

1) $f_2(x) = \cos x - x$, cette fonction peut s'écrire sous la forme ; $x = g(x)$

$\cos x - x = 0 \rightarrow x = cosx = g_2(x)$

$g_2'(x) = -sinx \rightarrow |g_2'(x)| = sinx < 1$ dans l'intervalle $[0,1]$

Donc, cette fonction est convergente dans cet intervalle.

Prenons $x_0 = 0.75$ avec $x_{k+1} = cosx_k$ (x_k $est\ en\ radian$)

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x_k	0.75	0.731	0.744	0.735	0.741	0.737	0.740	0.738	0.739

2)