CHAPITRE VI

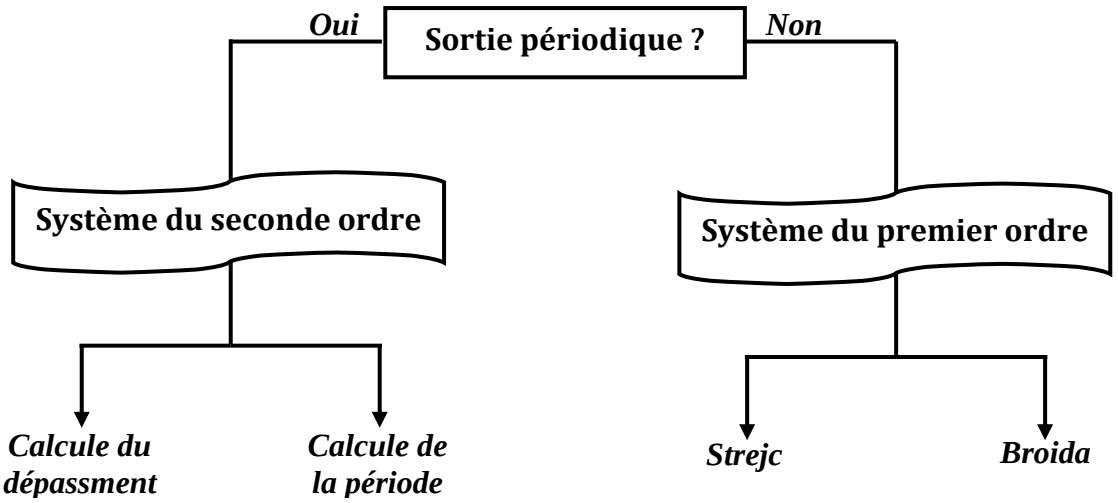
Méthodes d'identification graphiques
(Méthode de Strejc et méthode de Broïda)

VI.1 Définition

En pratique, la fonction de transfert d'un procédé industriel n'est pas connue. C'est l'identification qui permet de trouver un modèle du comportement du système, à l'aide d'essais expérimentaux. Ce modèle, s'il est confirmé servira par la suite à la synthèse complète de notre système. Cependant, les méthodes graphiques ont l'inconvénient d'être peu précises. comme les modèles proposés ne correspondent pas exactement à la complexité des processus, ces méthodes ont montré leur validité. Elles consistent à étudier la réponse indicielle du système. Nous pouvons alors envisager deux cas:

- ***La réponse est variable à une entrée constante:*** le système possède une intégration et est dit ***Evolutif***.
- ***La réponse est constante:*** le système est considéré comme ***Stable*** car il ne possède pas d'intégration.

Dans ce contexte, on s'intéresse seulement par les systèmes stables.

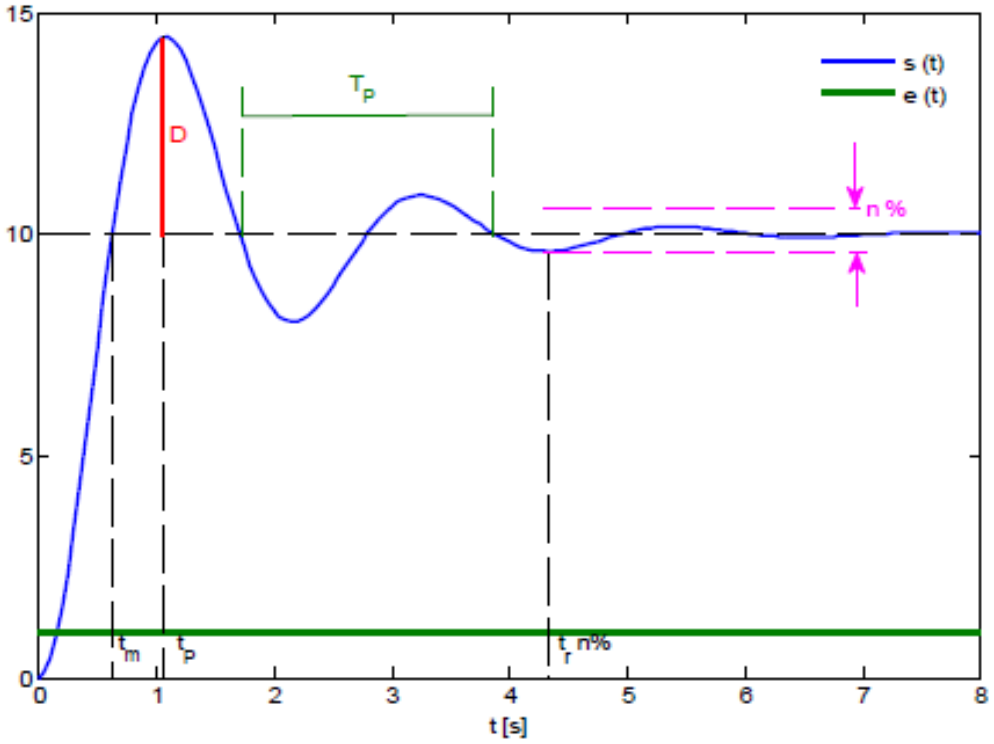


VI.2 Identification graphique d'un système du deuxième ordre

Quand la réponse indicielle d'un système est périodique, le modèle le plus simple qu'on peut considérer est un système de second ordre. Dans ce cas, les éléments nécessaires à calculer pour l'identification de ce système sont:

- ***Le dépassement :*** $$D = K\, e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \Rightarrow \zeta = \sqrt{\frac{\left[log\left(D/K\right)\right]^2}{\left[log\left(D/K\right)\right]^2+\pi^2}}$$

- ***La pseudo période des oscillations :*** $$T_p = \frac{2\,\pi}{\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}} \quad \Longrightarrow \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_p\sqrt{1-\zeta^2}}$$



La fonction du transfert d'un système d'ordre deux est de la forme générale:

$$G(p) = \frac{K\,\omega_0^2}{p^2 + 2\,\zeta\,\omega_0\,p + \omega_0^2}$$

- Le dépassement ***D%*** exprimé en pourcentage et défini par la valeur maximum du signal de sortie ramené sur sa valeur finale;
- Le temps de montée t_m défini lorsque le signal de sortie atteint pour la première fois 95% de sa valeur finale;
- Le temps de pic t_p (aussi appelé temps du premier dépassement) défini lorsque le signal de sortie atteint sa valeur maximum;
- La pseudo-période T_p définie par la période de la sinusoïde amortie;
- Le temps de réponse à n% défini par lorsque le signal de sortie peut être contenu dans un intervalle de ± ***n%*** autour de sa valeur finale.

Lorsqu'On applique une impulsion de Dirac à l'entrée du système: $E(p) = 1$ et $S(p) = G(p).E(p)$. La réponse impulsionnelle d'un système d'ordre deux de coefficient d'amortissement inférieur à un est donnée par sa fonction de transfert, à partir de laquelle l'expression temporelle est donnée par:

$$s(t) = \frac{K\,\omega_0 e^{-\zeta\,\omega_0\,t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\,sin\left(\omega_0\,t\sqrt{1-\zeta^2}\right)$$

VI.3 Identification graphique d'un système du premier ordre

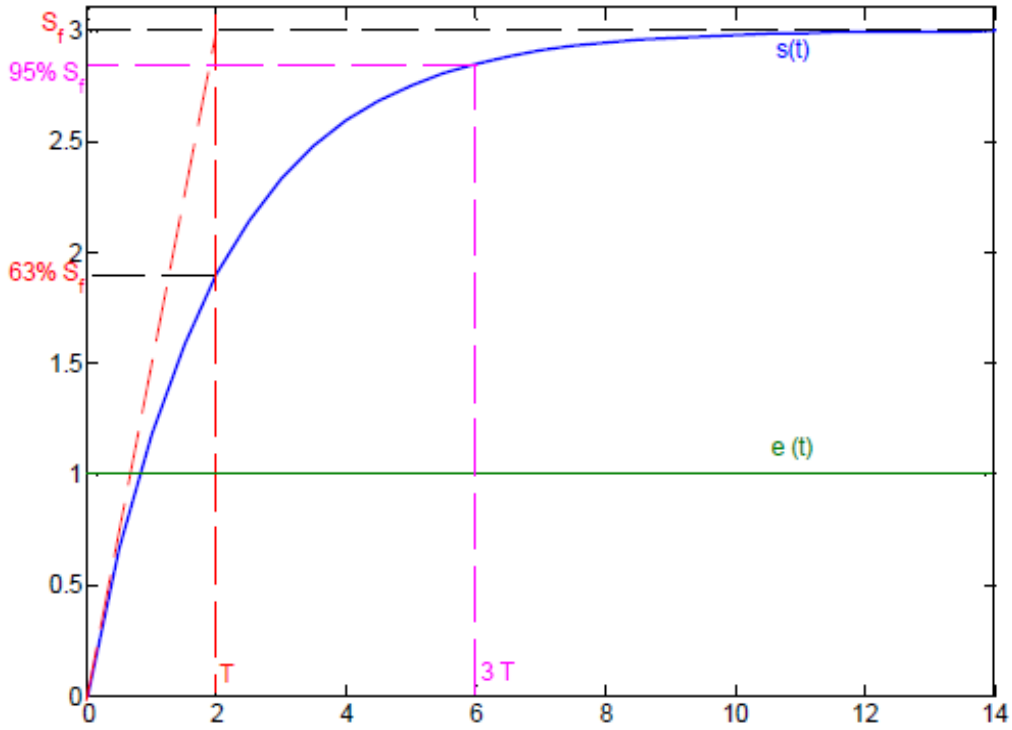
Dans ce cas la fonction du transfert est de la forme suivante:

$$G(p) = \frac{K}{1 + \zeta\, p}$$

VI.3.1 Méthode classique:

Avec les valeurs de K et ζ, nous pouvons simuler notre modèle et voir s'il correspond à la sortie de notre système, d'où, à partir de la réponse indicielle du système représentée sur la figure ci-dessous, on peut déterminer:

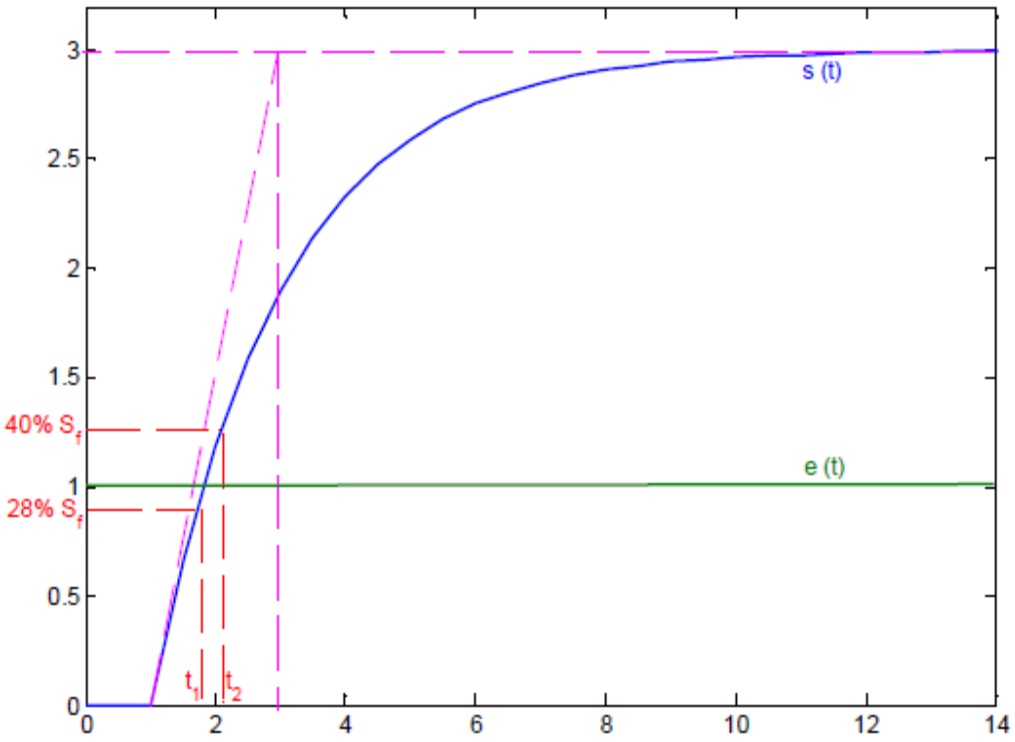
- Le gain $K = \frac{S_f}{E_0}$
- La constante de temps ζ à partir de 63 % ou 95 % de S_f



VI.3.2 Méthode de Broïda

Dans le cas où le système représente un retard à sa réponse indicielle comme le montre la figure ci-dessous, on doit utiliser le modèle du ***Broïda*** qui prend en compte les retards purs et dans ce cas le système peut être représenté par une fonction de transfert dont la forme générale dans ce cas est la suivante:

$$G(p) = \frac{K\,.\,e^{-\tau\, p}}{1 + T\,.\,p}$$



Le principe n'est pas de faire coïncider la tangente au point d'inflexion (souvent imprécis) mais d'ajuster les paramètres T et τ pour que les courbes de réponse du modèle et du processus aient deux points communs judicieusement choisis. Les points communs C1 et C2 habituellement utilisés correspondent respectivement à 28% et 40% de la valeur finale. Le modèle de ***Broïda*** donne les points C1 et C2 pour les dates suivantes:

$$\begin{cases} \dfrac{S(t)}{K.E} = 0.28 \Rightarrow \dfrac{t-\tau}{T} = 0.328 \\ \dfrac{S(t)}{K.E} = 0.40 \Rightarrow \dfrac{t-\tau}{T} = 0.510 \end{cases}$$

Sachant que t_1 et t_2 sont les temps au bout desquels la réponse expérimentale atteint respectivement ***28%*** et ***40%*** de la valeur finale. Donc, la méthode d'identification ***Broïda*** s'appuie sur le système d'équation exprimé précédemment que peut décrit par:

$$\begin{cases} \dfrac{t-\tau}{T} = 0.328 \Rightarrow t-\tau = 0.328\,.T \\ \dfrac{t-\tau}{T} = 0.510 \Rightarrow t-\tau = 0.510\,.T \end{cases}$$

Où la résolution permet de décrire les expressions suivantes:

$$\begin{cases} T = 5.5\,(t_2 - t_1) \\ \tau = 2.8\,t_1 - 1.8\,t_2 \end{cases}$$

La valeur du gain K est toujours déterminée par le rapport de la valeur imposée à l'entrée du système $K = \dfrac{S_f}{E_0}$

Remarques:

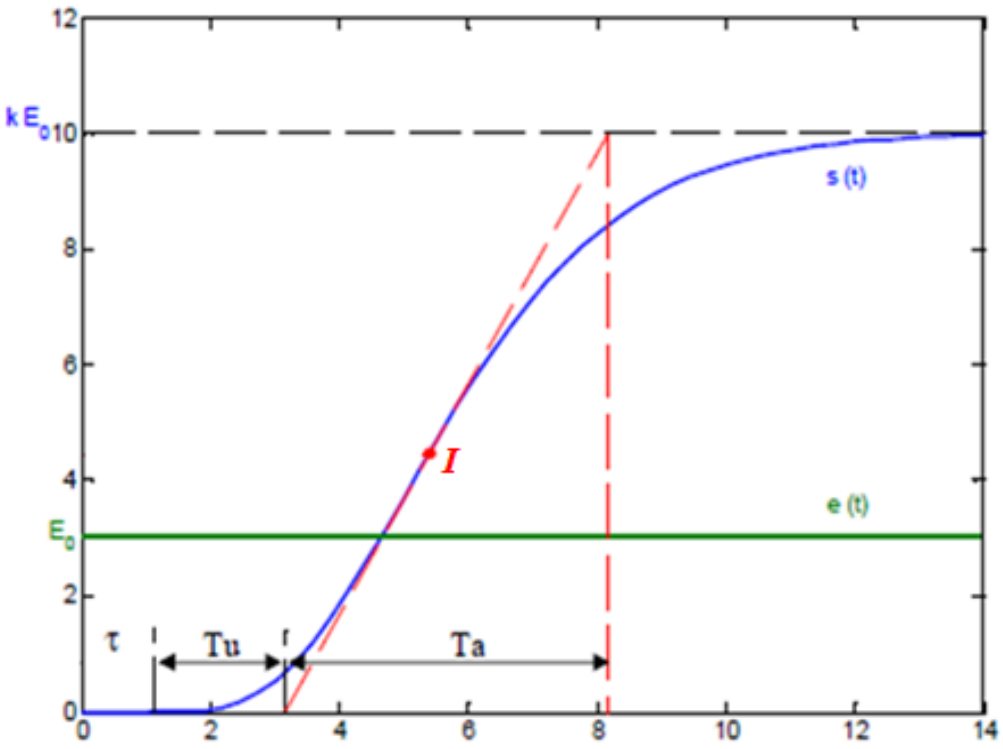
1) Le modèle est dite optimale si et seulement si $\frac{\tau}{T} < 0.25$
2) La méthode de Broida est valable seulement pour l'identification des systèmes du 1er ordre

VI.4 Identification graphique d'un système d'ordre supérieur

VI.4.1 Méthode de Strejc

Dans le cas où la réponse indicielle d'un système ne présente pas de dépassement, on peut utiliser la méthode ***Strejc*** pour identifier la fonction du transfert de ce système dont la forme générale supportant le retard, elle est donnée par la relation suivante:

$$G(p) = \frac{K.e^{-\tau.p}}{(1+T.p)^n}$$



La détermination de la fonction de transfert se faire à l'aide du tableau paramétrique de ***Strejc*** ci dessous et dans l'ordre des étapes suivantes:

- Déterminer le gain K ($K \geq 1$ *vu que le système ne présente pas de dépassement*) ;
- Chercher le point d'inflexion I et l'utiliser dans le traçage de la tangente afin de déterminer les deux périodes T_u et T_a ;
- Calculer le rapport $\frac{T_u}{T_a}$ par lequel nous pouvons déterminer l'ordre du système n, si la valeur résultante est comprise entre deux lignes de tableau, on choisit la valeur la valeur la plus faible;

- Après avoir déterminé l'ordre du système, On en déduit la constante du temps $\boldsymbol{T}$ à l'aide de la colonne $\frac{T_u}{T}$;
- Calculer le temps de retard $\boldsymbol{\tau}$ en soustrayant la valeur mesurée de $\boldsymbol{T_u}$ de celle inspiré de la colonne $\frac{T_u}{T_a}$ du tableau. Donc, $\boldsymbol{\tau = \left|T_{u_{més}} - T_{u_{tab}}\right|}$.

n	Ta/T	Tu/T	Tu/Ta
1	1	0	0
2	2.718	0.282	0.104
3	3.695	0.805	0.218
4	4.463	1.425	0.319
5	5.119	2.100	0.410
6	5.700	2.810	0.490
7	6.200	3.550	0.570
8	6.700	4.310	0.640
9	7.200	5.080	0.710
10	7.600	5.870	0.77

Tab. 1 Tableau paramètrique de Strejc

Exemple d'application: A partir de la réponse indicielle d'un système , on releve graphiquement par la méthode de Strejc les paramètres suivent: un gain $K = 10$, $T_u = 5\ s$, $T_a = 20\ s$.

Déteminer le modèle de système ***G(p)***.

Solution:

1. $\frac{T_u}{T_a} = \frac{5}{20} = \mathbf{0.25}$, cela signifie que l'ordre du système $\boldsymbol{n = 3}$
2. En utlise la meme case dont $\frac{T_a}{T} = \mathbf{3.695} \Rightarrow \boldsymbol{T = \frac{T_a}{3.695}}$

   $\boldsymbol{T = \frac{20}{3.695} = 5.412\ s}$
3. D'après le tableau, on a $\frac{T_u}{T} = \mathbf{0.805} \Rightarrow \boldsymbol{T_u = T * 0.805}$

   $\boldsymbol{T_u = 5.412 * 0.805 = 4.357\ s}$
4. Finalemnt, le retard $\boldsymbol{\tau = \left|T_{u_{més}} - T_{u_{tab}}\right| = |5 - 4.357|}$

   $\boldsymbol{\tau = 0.643}$ s

n	Ta/T	Tu/T	Tu/Ta
1	1	0	0
2	2.718	0.282	0.104
3	3.695	0.805	0.218
4	4.463	1.425	0.319
5	5.119	2.100	0.410
6	5.700	2.810	0.490
7	6.200	3.550	0.570
8	6.700	4.310	0.640
9	7.200	5.080	0.710
10	7.600	5.870	0.77

Donc le modèle du système est $\boldsymbol{G(p) = \frac{10e^{-0.643p}}{(1+5.412p)^3}}$