

Année universitaire : 2019/2020 –Semestre 2      Matière : Electronique appliquée

### Série TD N°04 : Les convertisseurs cna-can

#### Exercices sur les CNA

**Exercice n°1 :** Soit un CNA à 5 bits. La tension de sortie  $V_s$  vaut 0.2V lorsque le mot d'entrée est 00001.

- **Quelle est** la valeur de  $V_s$  correspondant à la pleine échelle ?

**Exercice n°2 :** Soit un CNA à 5 bits. Lorsque le mot d'entrée est 10100, la tension de sortie  $V_s$  vaut 5V.

- **Que vaut**  $V_s$  pour un mot d'entrée de 11101 ?

**Exercice n°3 :** Soit un CNA à 8 bits ayant une pleine échelle égale à 10V. Soit l'octet A=10010110, appliqué à l'entrée de ce convertisseur.

- **Calculer** la tension de sortie pour ce mot binaire.

**Exercice n°4 :** Soit un CNA à 10 bits. La valeur pleine échelle est de 5V.

- **Calculer** la tension de sortie  $V_s$  pour un mot d'entrée A=1100101101

#### Exercices sur les CAN

**Exercice n°1 :** Le CAN d'entrée d'une carte d'acquisition possède les caractéristiques suivantes : Gamme 0 à 5,12V et 10 bits.

- **Quelle est** la valeur numérique maximale  $N_{\max}$  de sortie de ce CAN ?
- **Quelle est** sa tension pleine échelle ?
- **Quelle est** sa résolution ?

**Exercice n°2 :** Pour l'équipement des salles de chimie du lycée, on a besoin de cartes d'acquisition pouvant mesurer des tensions allant de 0 à 4,5V à 10mV près. Le modèle le moins cher trouvé dans le commerce contient un CAN 8 bits de calibre 5,0V.

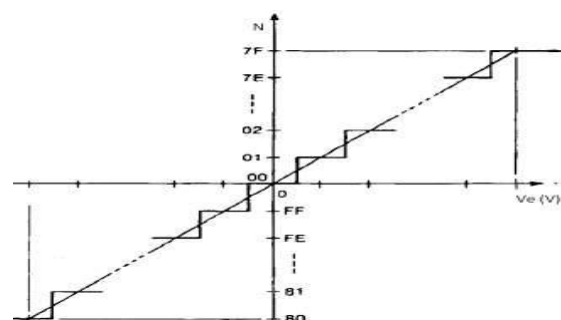
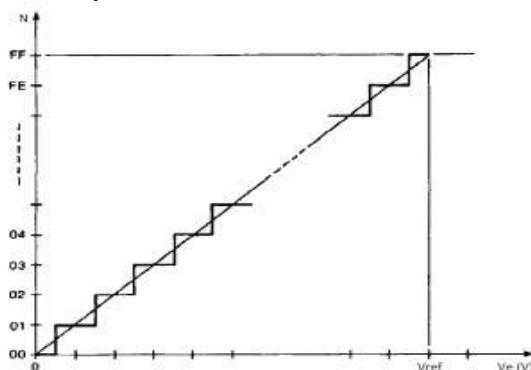
- **Déterminer** sa résolution.
- Ce modèle **correspondait-il** aux spécifications ?
- En ayant la même gamme, **combien** le CAN devrait-il au minimum avoir de digits pour que sa précision soit suffisante ?

**Exercice n°3 :** Un multimètre numérique contient un CAN 16 bits.

- **Quelle est** la valeur numérique de sortie maximale de ce CAN ?
- **Calculer** la résolution du CAN quand il est utilisé sur la gamme -20V / +20V (calibre 20V du multimètre).

**Exercice n°4 :**

Soit les caractéristiques suivantes d'un convertisseur. Avec une tension en pleine échelle de 5V.



- **Quelle** est la résolution de ce convertisseur ?
- **Que signifie** les termes unipolaire et bipolaire ?
- **Expliquer** la fonction de transfert de la conversion bipolaire ?

### Corrigé

#### Préambule :

$N_{\max}$  est le nombre maximum obtenu avec  $n$  bits. Chaque bit représente une puissance de 2, de droite à gauche :  $2^0, \dots, 2^{n-1}$ .

Cette puissance est multipliée par 0 ou 1 selon la valeur affectée au bit.

$N_{\max}$  s'écrit en base 2 :  $111\dots1$ . C'est donc la somme des  $n$  premiers termes d'une suite géométrique de raison 2 et de premier terme 1.

$$N_{\max} = (1 - 2^n)/(1 - 2) \text{ d'où le résultat énoncé plus haut : } N_{\max} = 2^n - 1$$

#### Exercice sur les Convertisseurs Numérique-Analogique (CNA)

##### Exercice n°1 :

On a  $n=5$ bits,  $N = (00001)_2$ (en binaire) $= (1)_{10}$ (en décimal)  $V_S = 0.2V = q \cdot (N)_{10}$  donc  $q = V_S / (N)_{10} = 0.2V$

La tension en pleine échelle est donnée par :

$$U_p = V_{S_{\max}} = q \cdot (N_{\max})_{10} = q \cdot (2^5 - 1) = 0.2 \times 31 = 6.2V$$

##### Exercice n°2 :

On a  $n=5$ bits,

$$N = (10100)_2 = (1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0) = (20)_{10} \text{ on cherche } q = V_S / N = 5 / 20 = 0.25V.$$

$$\text{Pour } N = (11101)_2 = (1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0) = (29)_{10} ; V_S = q \times N_{10} = 0.25 \times 29 = 7.25V$$

##### Exercice n°3 :

$$1) N_{\max} = 2^8 - 1 = 255 \quad U_p = V_{S_{\max}} = 10V$$

Le quantum de tension est :  $q = V_{S_{\max}} / N_{\max} = 10 / 255 = 39 \text{ mV}$ .

2) Pour l'octet  $A = 10010110$ , appliqué à l'entrée de ce convertisseur,

$$N = (10010110)_2 = (1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0) = (150)_{10} ;$$

La tension délivrée en sortie sera  $V_S = q \times N_{10} = 0.039 \times 150 = 5.85 \text{ V}$ .

##### Exercice n°4 :

On a  $n=10$  bits et  $U_p = 5V$  ; donc  $q = U_p / (2^{10} - 1) = 5 / 1023 = 4.88 \text{ mV}$

la tension de sortie  $V_S$  pour un mot d'entrée

$$A = (1100101101)_2 = (1 \times 2^9 + 1 \times 2^8 + 0 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0) = (807)_{10} ;$$

$$V_S = q \times N_{10} = 0.00488 \times 807 = 3.9 \text{ V}.$$

## Exercices sur les Convertisseurs Analogique- Numérique (CAN)

### Exercice n°1 :

- 1)  $N_{\max} = 2^{10} - 1 = 1023$ .
- 2) Tension pleine échelle  $U_p = 5,12\text{V}$
- 3)  $r = 2 \cdot (U_p/2) / N_{\max} = 5,12 / 1023 = 5\text{ mV}$ .

### Exercice n°2 :

$N_{\max} = 2^8 - 1 = 255$  ;  $U_p = 5,0\text{ V}$  d'où la résolution :  $r = 2 \cdot (U_p/2) / N_{\max} = 2 \cdot (5/2) / 255 = 19,6\text{ mV}$ .

Résolution insuffisante car elle doit être inférieure à 10 mV. Il faudrait 9 digits :  $N_{\max} = 511$  amène alors  $r = 9,8\text{ mV}$ .

### Exercice n°3 :

$N_{\max} = 2^{16} - 1 = 65535$ . Sur une gamme  $(-U_p/2) \text{ _ } (U_p/2) = -20\text{ V _ } +20\text{ V}$

$r = 2 \cdot (U_p/2) / N_{\max} = 0,61\text{ mV}$ .

### Exercice n°4:

Il s'agit de CAN (Analogic / digital : A/D). Ces circuits réalisent la conversion Analogique / Numérique de valeurs analogiques situées dans un intervalle donné en un signal numérique codé en base 16 (code hexadécimal).

$N_{\max} = \text{FF}$  en code hexadécimal correspond à  $15 \times 16 + 15 = 255$  ( $F=15$ ) ;

donc en binaire  $N_{\max} = 2^n - 1$  ce qui donne ici  $n = 8$  bits.

Conversion unipolaire pour le premier graphe et bipolaire pour le second.

#### 1- Premier graphe :

$19,53\text{ mV} \times 256 = 5,0\text{ V} = V_{\text{réf}}$ . Pour le mot 0D, soit  $N = 13$ ,  $V_e = 0,254\text{ V}$ .

Pour  $V_e = 2,79\text{ V}$ , on a :  $2,79 / 19,53 \cdot 10^{-3} = 142,9$  donc  $N = 143$  et par division euclidienne :

$N = 8\text{F}$  en hexadécimal.

Même valeur  $N = 143$  pour  $V_e = 2,80\text{ V}$ , car on a :  $2,80 / 19,53 \cdot 10^{-3} = 143,4$ .

(Le saut de valeur numérique a lieu sur des valeurs demi-entières de  $V_e / 19,53 \cdot 10^{-3}$ ).

Pour  $V_e = 2,81\text{ V}$ ,  $N$  augmente d'une unité :  $2,81 / 19,53 \cdot 10^{-3} = 143,9$  donc  $N = 144$  soit  $N = 90$  en hexadécimal.

#### 2- Second graphe :

$V_{\text{LSB}} = 5,0 / 256 = 19,53\text{ mV}$ . L'intervalle  $(V_{\text{a}_{\text{in}}}^+ - V_{\text{a}_{\text{in}}}^-)$  correspond à  $(-2,5\text{ V} ; +2,5\text{ V})$

Précisément  $V_{\text{a}_{\text{in}}}^+ = 127 \times 0,01953 = 2,48\text{ V}$  et  $V_{\text{a}_{\text{in}}}^- = -128 \times 0,01953 = -2,50\text{ V}$

## LES CIRCUITS CONVERTISSEURS CNA

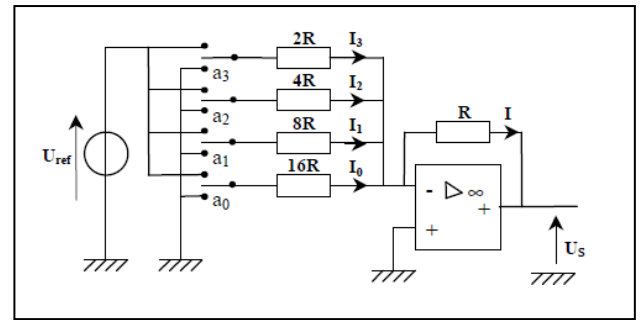
### EXERCICE 1

On considère le CNA de la figure ci-dessus :

- si  $a_i = 0$ , l'interrupteur est relié à la masse
- si  $a_i = 1$ , l'interrupteur est relié à  $U_{ref}$ .

- 1- Calculer les courants  $I_i$  en fonction des  $a_i$ ,  $U_{ref}$  et  $R$ .
- 2- Appliquer le théorème de superposition pour exprimer le courant  $I$  en fonction des  $a_i$ ,  $U_{ref}$  et  $R$ .
- 3- Donner l'expression de  $U_S$  en fonction de  $a_i$  et  $U_{ref}$ .
- 4- Pour  $U_{ref} = -12$  Volts, calculer le quantum de ce convertisseur.

Quel mot binaire faudra-t-il mettre en entrée pour avoir en sortie la tension la plus proche de 5 V.



### EXERCICE 2

La structure ci-dessus schématise un CNA

Le rôle des interrupteurs est identique à ceux de l'exercice 1.

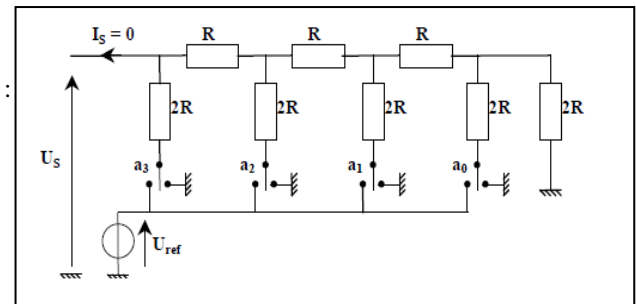
- 1- Exprimer la tension  $U_S$  en fonction de  $U_{ref}$  dans les quatre cas suivants :

- $a_3 a_2 a_1 a_0 = 1 0 0 0$  \*  $a_3 a_2 a_1 a_0 = 0 1 0 0$
- $a_3 a_2 a_1 a_0 = 0 0 1 0$  \*  $a_3 a_2 a_1 a_0 = 0 0 0 1$

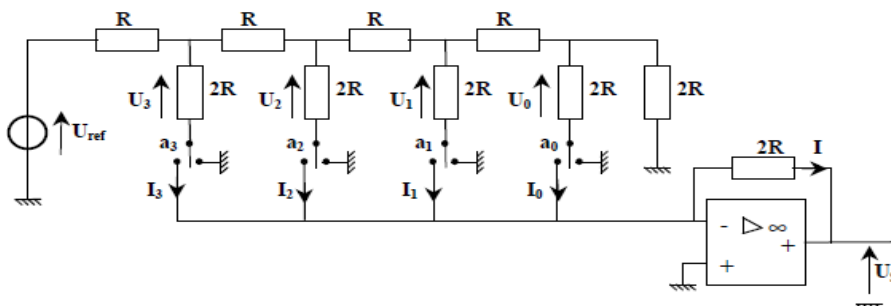
- 2- Appliquer le théorème de superposition pour trouver  $U_S$  en fonction de  $U_{ref}$  et des coefficients  $a_i$ .

- 3- Pour  $U_{ref} = 5$  Volts, calculer la tension maximale en sortie du CNA et donner le mot binaire correspondant.

Calculer la tension de sortie pour  $N = a_3 a_2 a_1 a_0 = 0 1 1 0$ .



### EXERCICE 3



Les interrupteurs du CNA ci-dessus fonctionnent comme dans les exercices précédents.

- 1- Démontrer les relations ci-dessous :

$$U_3 = U_{ref} / 2 ; U_2 = U_{ref} / 4 ; U_1 = U_{ref} / 8 \text{ et } U_0 = U_{ref} / 16 .$$

- 2- Calculer les valeurs respectives des courants  $I_i$  en fonction des coefficients  $a_i$  de  $R$  et de  $U_{ref}$ .
- 3- Appliquer le théorème de superposition et en déduire  $U_S$  en fonction des coefficients  $a_i$  et de  $U_{ref}$ .

### EXERCICE 4

Un CNA est codé sur 12 bits, en binaire pur, sous forme d'un nombre  $N$ . Pour  $N = 0$  on a en sortie  $U_S = 1$  V et pour  $N = N_{max}$  on a  $U_S = 5$  V.

Donner les valeurs de  $N_{(10)}$  pour les valeurs de  $U_S$  suivantes : »1,5 V ; »3,2 V et »4,5 V.

## LES CONVERTISSEURS CNA

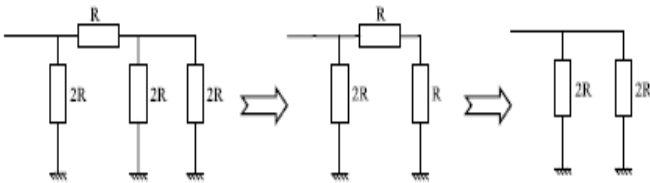
### EXERCICE 1

- 1- L'entrée "-" de l'ampli-op est une masse virtuelle ( car  $\varepsilon = 0$  ); on a donc :  
 $I_0 = a_0 U_{ref} / 16R$  ;  $I_1 = a_1 U_{ref} / 8R$  ;  $I_2 = a_2 U_{ref} / 4R$  ;  $I_3 = a_3 U_{ref} / 2R$  .
- 2- Théorème de superposition :  

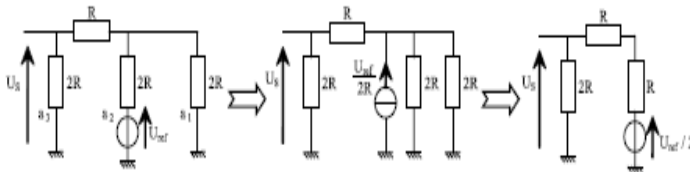
$$I = I_3 + I_2 + I_1 + I_0 = \frac{U_{ref}}{R} \left( \frac{a_3}{2} + \frac{a_2}{4} + \frac{a_1}{8} + \frac{a_0}{16} \right) = \frac{U_{ref}}{16R} (8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0)$$
- 3-  $U_S = -RI = -R \frac{U_{ref}}{16R} (8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0) = -\frac{U_{ref}}{16} (8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0)$ .
- 4-  $Q = -U_{ref} / 16 = 12 / 16 = 0,75 \text{ V}$  .  
 On sait que  $U_S = N_{(10)} \times Q$  donc  $N_{(10)} = U_S / Q = 5 / 0,75 = 6,67$  ;  
 $\Rightarrow$  on prend  $N_{(10)} = 7$  soit  $N_{(2)} = 0111$  .

### EXERCICE 2

Remarque 1 sur le circuit :



Remarque 2 sur le circuit :



Et on voit sur le dernier schéma que  $U_S = U_{ref} / 4$ .

- 1- ① On voit d'après la remarque 1 et le pont diviseur de tension que  $U_{S3} = U_{ref} / 2$  .  
 ② Avec les remarques 1 et 2, on obtient :  $U_{S2} = U_{ref} / 4$  .  
 ③ Avec les remarques 1 et 2, on obtient :  $U_{S1} = U_{ref} / 8$  .  
 ④ Avec les remarques 1 et 2, on obtient :  $U_{S0} = U_{ref} / 16$  .

2- Théorème de superposition :

$$U_S = a_3 U_{S3} + a_2 U_{S2} + a_1 U_{S1} + a_0 U_{S0} = \frac{U_{ref}}{16} (8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0)$$

- 3-  $Q = \frac{U_{ref}}{n^4} = \frac{5}{16} = 0,3125 \text{ V}$  et  $U_{MAX} = Q N_{MAX} = \frac{5}{16} \times 15 = 4,69 \text{ V}$  .  
 $N_{(2)} = 0110 \Rightarrow N_{(10)} = 6$  donc  $U = Q N = 5/16 \times 6 = 1,875 \text{ V}$  .

### EXERCICE 3

- 1- On doit remarquer que les résistances  $2R$  sont reliées à la masse quelque soit l'état des bits  $a_i$  ( masse virtuelle sur l'entrée "-" ).  
 On applique donc la remarque 1 de l'exercice précédent et la propriété du pont diviseur de tension pour trouver que :  
 ■  $U_3 = U_{ref} / 2$   
 ■  $U_2 = U_3 / 2 = U_{ref} / 4$   
 ■  $U_1 = U_2 / 2 = U_3 / 4 = U_{ref} / 8$   
 ■  $U_0 = U_1 / 2 = U_2 / 4 = U_3 / 8 = U_{ref} / 16$  .
- 2- On a :  $I_1 = a_1 U_1 / 2R$  donc  $I_3 = a_3 U_{ref} / 4R$  ;  $I_2 = a_2 U_{ref} / 8R$  ;  $I_1 = a_1 U_{ref} / 16R$  et  $I_0 = a_0 U_{ref} / 32R$  .

- 3- Superposition :  $I = I_3 + I_2 + I_1 + I_0 = (U_{ref} / (32R)) (8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0)$   
 et  $U_S = -2RI = (-U_{ref} / 16) (8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0)$  .

### EXERCICE 4

Dans cet exercice :  $U_{ref} = 1 \text{ V}$  et  $U_{MAX} = 5 \text{ V}$   
 $\Rightarrow Q = (U_{ref} - U_{ref}) / 2^n = (U_{MAX} - U_{ref}) / (2^n - 1)$  .

Le quantum est :  $Q = (5-1) / (2^{12} - 1) = 4 / 4095 \approx 0,977 \text{ mV}$   
 ( on garde 4 / 4095 pour les calculs ) .

$$N_1 = (U_{S1} - U_{ref}) / Q = (1,5 - 1) \times (4095 / 4) \approx 512 ;$$

$$N_2 = (U_{S2} - U_{ref}) / Q = (3,2 - 1) \times (4095 / 4) \approx 2252 ;$$

$$N_3 = (U_{S3} - U_{ref}) / Q = (4,5 - 1) \times (4095 / 4) \approx 3583 .$$

## Exercices CAN – CNA résoudre

### Exercice 1

Un signal sinusoïdal  $u(t) = \hat{U} \cdot \sin(2\pi ft)$  est échantillonné à la fréquence  $f_E = 12.f$ .

- 1- Quel est le nombre  $N$  d'échantillons par période ?  
 2- Calculer les valeurs numériques  $un$  des  $N$  échantillons lorsque  $\hat{U} = 10 \text{ V}$  en supposant  $u_0 = 0$  .  
 3- Tracer en concordance sur la même feuille :  
 Le signal échantillonné  $u_e(t)$  ; le signal échantillonné-bloqué  $b(t)$  et le signal analogique  $u(t)$  .

### Exercice 2

Calculez la valeur binaire du nombre  $N$  en sortie d'un C.A.N (unipolaire) à 5 bits. dont le quantum vaut  $q_0 = 50 \text{ mV}$  pour une entrée  $u_e = 0,850 \text{ V}$  .

Quelle est l'étendue de la tension  $U_e$  pouvant être convertie?

### Exercice 3

- 1) Calculez la valeur de la tension  $u_s$  en sortie d'un C.N.A. à 4 e.b., de résolution ou quantum  $q_0 = 0.5V$  pour une entrée binaire  $(N)_2 = [1011]$  ?
- 2) Quelle est l'entrée binaire  $(N)_2$  d'un C.N.A. à 4 e.b., de résolution ou quantum  $q_0 = 250mV$ , si la sortie  $u_s = 2.25V$  ?

### Exercice 4 :

Soit le C.N.A. dont le schéma de principe est donné ci-dessous.

1. Déterminer l'expression de la tension de sortie  $u_s(t)$  en fonction des quatre éléments binaires A, B, C, D.
2. Calculer la résolution de ce convertisseur.
3. Déterminer le poids de chacun des bits d'entrée.
4. Donner à  $R_F$  une nouvelle valeur  $R_F = 250\Omega$ . Déterminer la nouvelle tension pleine échelle.
5. Réaliser une simulation de ce convertisseur avec le logiciel « Proteus-Isis »

