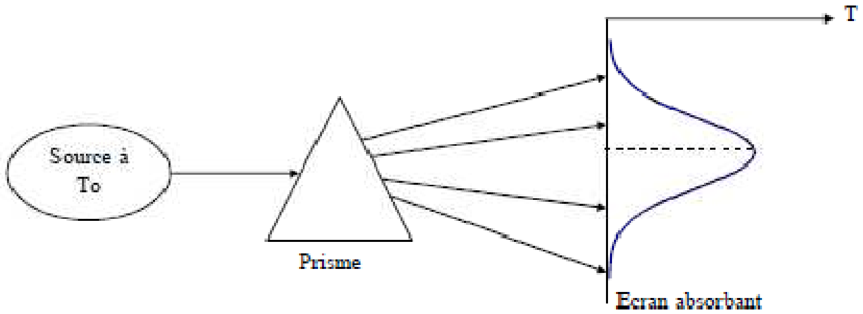
Chapitre 3 :
Transfert de chaleur par rayonnement

3.1. Généralités

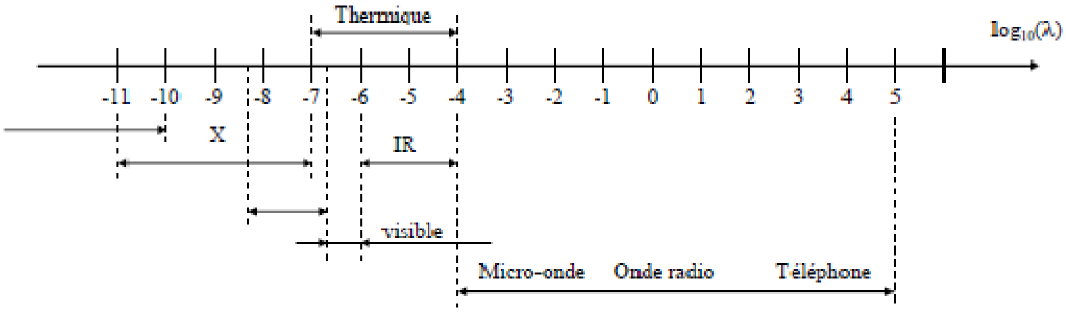
Le transfert de chaleur par rayonnement c'est un transfert sous **forme d'ondes électromagnétiques selon la loi de Planck** qui dit que : $E= h.\nu$ (ν est la fréquence d'onde associé et $h= 6.64.10^{-34}$ J.s est la constante de Planck).
Tous les corps, quelque soit leur état : solide, liquide ou gazeux, émettent **un rayonnement de nature électromagnétique.** Cette émission d'énergie s'effectue au détriment de l'énergie interne du corps émetteur. Le rayonnement se propage de manière rectiligne à la vitesse de la lumière, il est constitué de radiations de différentes longueurs d'onde comme l'a démontré l'expérience de William Herschel :



Expérience de William Herschel

En passant à travers un prisme, les radiations sont plus ou moins déviées selon leur longueur d'onde. On envoie donc les radiations émises par une source à la température T_0 sur un prisme et on projette le faisceau dévié sur un écran absorbant (noirci), on obtient ainsi la décomposition du rayonnement total incident en un spectre de radiations monochromatiques.
Si l'on déplace le long de l'écran un thermomètre, on mesure la température Te caractérisant l'énergie reçue par l'écran dans chaque longueur d'onde. En construisant la courbe $Te = f(\lambda)$, on obtient la répartition spectrale de l'énergie rayonnée pour la température T_0 de la source. On constate alors que:
- L'énergie émise est maximale pour une certaine longueur d'onde lm variable avec T0.
- L'énergie n'est émise que sur un intervalle $[\lambda_1, \lambda_2]$ de longueur d'onde caractérisant le rayonnement thermique.

Il existe différents types d'ondes électromagnétiques et leurs longueurs d'ondes sont différentes. Le rayonnement thermique émis par les corps se situe entre 0,1 et 100 mm. On notera que le rayonnement est perçu par l'homme : Par l'oeil : pour $0,38$ mm $< \lambda < 0,78$ mm rayonnement visible. Par la peau : pour $0,78$ mm $< \lambda < 314$ mm rayonnement IR.



3.2. Définitions

Les grandeurs physiques seront distinguées selon :

La composition spectrale du rayonnement

- Si la grandeur est relative à l'ensemble du spectre elle est dite totale.
- Si elle concerne un intervalle spectral étroit $d\lambda$ autour d'une longueur d'onde λ elle est dite monochromatique : G_λ

La distribution spatiale du rayonnement

- Si la grandeur est relative à l'ensemble des directions, elle est dite hémisphérique.
- Si elle caractérise une direction donnée, elle est dite directionnelle : Gx.

3.3.1. Flux de source

On appelle flux φ d'une source S la puissance rayonnée par S dans tout l'espace qui l'entoure, sur toutes les longueurs d'onde. (pour une surface élémentaire dS est noté $d\varphi$).

- Le flux envoyé par un élément de surface dS dans un angle solide $d\Omega$ est noté : $d^2\varphi$.
- Le flux envoyé par une surface S dans l'angle solide $d\Omega$ suivant Ox est noté : $d\varphi_x$.

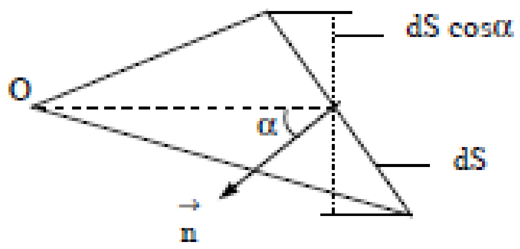
Nous avons donc les relations suivantes :

$$d\varphi = \int_\Omega d^2\varphi \quad \text{et} \quad \varphi = \int_S d\varphi = \int_\Omega d\varphi_x$$

3.3.2. Rappel sur les angles solides élémentaires :

L'angle solide sous lequel depuis un point O on voit une surface S est par définition l'aire de la surface intersection de la sphère de rayon unité et du cône de sommet O s'appuyant sur le contour de la surface S.

L'angle solide élémentaire $d\Omega$ sous lequel est vu d'un point O le contour d'une petite surface dS (assimilée à une surface plane) peut être calculé par :



$$d\Omega = \frac{dS\cos\alpha}{r^2}$$

Schéma de l'angle solide

Propriétés :

- La valeur d'un angle solide Ω est comprise entre 0 et 4π
- Pour un cône de demi-angle au sommet α : $\Omega = 2\pi\,(1-\cos\alpha)$

3.3.3. Emittance énergétique

3.3.3.1. Emittance Monochromatique :

Un élément de surface dS émet un certain flux d'énergie. Ce flux est réparti sur un intervalle de longueurs d'ondes. Si on considère $d\varphi^{\lambda+d\lambda}$ émis entre les deux longueurs d'ondes λ et $\lambda+d\lambda$, on définit l'émittance monochromatique d'une source à la température T par :

$$M_{\lambda T} = \frac{d\varphi_{\lambda}^{\lambda+d\lambda}}{dS.d\lambda}$$

3.3.3.2.Emittance Totale :

C'est la densité de flux de chaleur émise par rayonnement par dS sur tout le spectre des longueurs d'ondes. Elle n'est plus fonction que de la température T et de la nature de la source :

$$M_T = \int_{\lambda\to 0}^{\lambda_{\max}} M_{\lambda T}\,d\lambda = \frac{d\varphi}{dS}$$

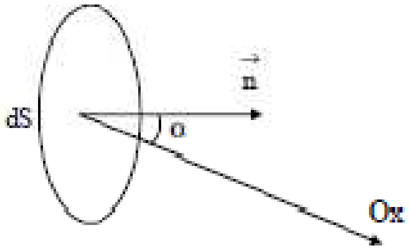
3.3.4. Intensité énergétique dans une direction

Intensité énergétique I_x le flux par unité d'angle solide émis par une surface dS dans un angle solide $d\Omega$ entourant la direction Ox :

$$I_X = \frac{d\varphi_x}{d\Omega}$$

3.3.5. Luminance énergétique dans une direction

Soit α l'angle fait par la normale n à la surface émettrice S avec la direction Ox. La projection de dS sur le plan perpendiculaire à Ox définit la surface émettrice apparente $dSx = dS\cos\alpha$. L'intensité énergétique élémentaire dIx dans la direction Ox par unité de surface émettrice apparente dSx s 'appelle la luminance énergétique Lx. En partant de la relation (4.4)



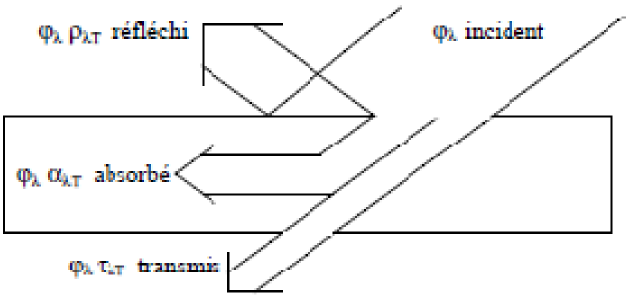
$$L_x = \frac{I_x}{dS_x} = \frac{I_x}{dS\cos s\alpha} = \frac{d^2\varphi_x}{d\Omega dS\cos\alpha}$$

Schéma de définition des angles

3.3.6. Eclairement

Eclairement C'est l'homologue de l'émittance pour une source. L'éclairement est le flux reçu par unité de surface réceptrice, en provenance de l'ensemble des directions.

3.3.7. Réception du rayonnement par un solide



Quand un rayon incident φ_λ d'énergie frappe un corps à la température T
O n a une partie T de l'énergie incidente est réfléchi par la surface S, une autre partie est absorbée par le corps qui s'échauffe et le reste est transmis et continue son chemin :
On a évidemment :

$$\varphi_\lambda = \varphi_\lambda \rho_{\lambda T} + \varphi_\lambda \alpha_{\lambda T} + \varphi_\lambda \tau_{\lambda T} \quad \text{d'où} \quad \rho_{\lambda T} + \alpha_{\lambda T} + \tau_{\lambda T} = 1$$

On définit ainsi les pouvoirs monochromatiques réfléchissant $\rho_{\lambda T}$, absorbant $\alpha_{\lambda T}$ et filtrant $\tau_{\lambda T}$ qui sont fonction de la nature du corps, de son épaisseur, de sa température T, de la longueur d'onde λ du rayonnement incident et de l'angle d'incidence.

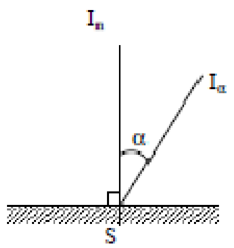
3.3.8. Corps noir, corps gris

Un corps noir est un corps qui absorbe toutes les radiations qu'il reçoit indépendamment de son épaisseur, de sa température, de l'angle d'incidence et de la longueur d'onde du rayonnement incident, il est défini par : $\alpha_{\lambda T} = 1$.
- Tous les corps noirs rayonnent de la même manière.
- Le corps noir rayonne plus que le corps non noir à la même température.

3.4. Lois du rayonnement

3.4.1. Loi de Lambert

L'intensité énergétique dans une direction x est donné par



$$\frac{dI_x}{dS} = L\cos\alpha$$

L étant la Luminance. Lorsqu'un corps suit la loi de Lambert, lémittance M est proportionnelle à la luminance

$$M = \pi L$$

3.4.2. Loi de Kirchoff

Pour le corps noir : $\alpha_{\lambda T} = 1$, le rapport $\dfrac{M_{\lambda T}}{\alpha_{\lambda T}}$ est donc égal à $M_{0\lambda T}$ en appelant $M_{0\lambda T}$ l'émittance monochromatique du corps noir, donc :

$$M_{\lambda T} = \alpha_{\lambda T} Mo_T$$

Lémittance monochromatique de tout corps est égale au produit de son pouvoir absorbant monochromatique par l'émittance monochromatique du corps noir à la même température,

Dans le cas du corps gris, on peut généraliser cette loi :

$$M_T = \alpha_T Mo_T$$

L'émittance totale M_T d'un corps gris à la température T est égal au produit de son pouvoir absorbant α_T par l'émittance totale M_{0T} du corps noir à la même température.

3.4.3. Loi de Planck

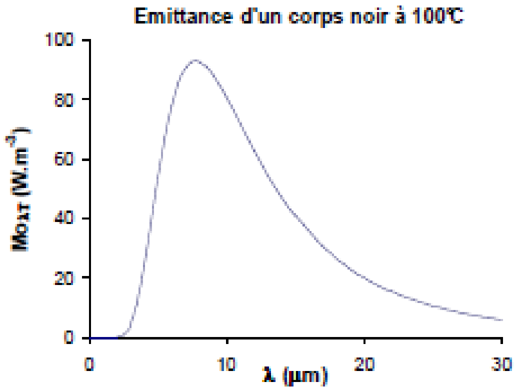
Lémittance monochromatique dépend seulement de la longueur d'onde et de la température :

$$Mo_{\lambda T} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1}$$

Avec : C1= 3,742.10-16 W.m-2

C2 = 1,4385.10-2 m.K

La loi de Planck permet de tracer les courbes isothermes représentant les variations de $Mo_{\lambda T}$ en fonction de la longueur d'onde pour diverses températures :



- La longueur d'onde λ_M pour laquelle l'émission est maximale varie avec la température de la source :

$$\lambda_M = \frac{2.897.10^{-3}}{T} \quad \text{et} \quad Mo_{\lambda_M T} = 0.410\left(\frac{T}{10}\right)^5$$

Avec T : Température (K)

3.4.4. Loi de Stefan-Boltzmann :

L'intégration de la formule de Planck pour toutes les longueurs d'onde donne l'émittance totale M_{0T} du corps noir qui est en fonction que de la température T

$$Mo_T = \sigma T^4$$

avec $\sigma = 5{,}675.10^{-8}$ W.m^{-2}.**K**$^{-4}$

3.4.5. loi de Wien

- **Première loi de Wien**

La première loi de Wien permet d'évaluer les longueurs d'onde correspondantes à l'emittance monochromatique maximale en fonction de la température. Pour sa derivation, il suffit d'annuler la dérivée de l'emittance.

$$\frac{dM_{\lambda T}{}^{0}}{d\lambda}=0 \longrightarrow \lambda_m=\frac{2898}{T}$$

Remarque : a la température du soleil (T= 5790 °k, λ_m=0.5µ m, rayonnement maximal) c'est le jaune visible pour lequel notre œil a une efficacité lumineuse maximale.

- **Deuxième loi de Wien**

Cette loi exprime la valeur de l'émittance monochromatique maximale, il suffit qu'on remplace λ_m par sa valeur dans la loi de Planck pour obtenir :

$$M^0{}_{\lambda m,T}=B.T^5$$

B= 1.287.10^{-5}w.m^{-3}k^5. (T en Kelvin)

3.5. Rayonnement des corps non noirs

Facteur d'émission ou émissivité est defini par $\varepsilon_{\Lambda t}$. D'après la loi de Kirchoff, on montre que

$$\alpha_{\lambda T}=\varepsilon_{\lambda T}$$

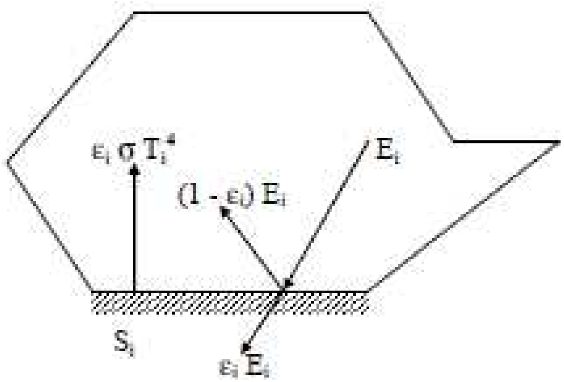
, nous en déduisons l'émittance du corps gris à la température T est défini par :

$$M_T=\varepsilon_T\sigma.T^4$$

3.6. Rayonnement réciproque de plusieurs surfaces

3.6.1. Radiosité et flux net perdu

Considérons la surface S_i :



Le rayonnement qui quitte une surface S_i est la somme de son émission propre et de la réflexion d'une partie du rayonnement incident sur cette surface. On appelle radiosité, que l'on note Ji, l'émittance apparente de la surface Si donc :

$$J_i=\varepsilon_T\sigma.T_i^4+(1-\varepsilon_i)E_i$$

Avec Ei : Eclairement de la surface S_i

La densité d'énergie nette perdue par rayonnement par S_i s'écrit : $\phi_{inet}=\varepsilon_i\sigma T_i^4-\varepsilon_i E_i$

En introduisant, d'après la radiosité Ji, nous obtenons :

$$\phi_{inet} = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\left(\sigma T^4 - J_i\right) = \varepsilon_i\left(\sigma T^4 - E_i\right) = J_i - E_i$$

3.6.2. Cas de deux plans parallèles infinis

On suppose que les températures T_1 et T_2 ainsi que les émissivités ε_1 et ε_2 des deux surfaces S_1 et S_2 sont connues, le flux net perdu par chacune de ces surfaces est :

$$\phi_{1net} = \phi_{2net} = \sigma\frac{T_1^4 - T_2^4}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

3.7. Analogie électrique

Flux net perdu par une surface est donné par : $\phi_{inet} = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\left(\sigma T^4 - J_i\right)$ ce qui peut encore s'écrire : $\phi_{inet} = \frac{\sigma T_i^4 - J_i}{\frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_1 S_i}}$

Par analogie, cette relation peut être représentée par le schéma électrique équivalent suivant :

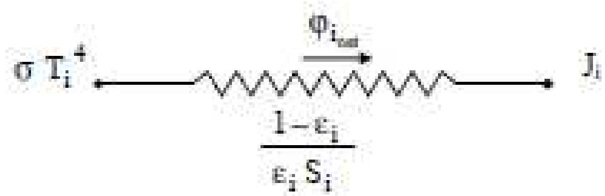


Schéma électrique équivalent du flux radiatif perdu par une surface

On notera que cette résistance thermique de rayonnement ne dépend que des propriétés physiques de la surface Si et qu'elle est nulle pour un corps noir.