Chapitre 2 :
Transfert de chaleur par convection

2.1- Introduction

Le transfert de chaleur par convection est un transfert de chaleur qui s'effectue simultanément avec des transferts de masse de fluide. Donc, ce mode d'échange de chaleur existe au sein des milieux fluides.
Selon la nature du mécanisme qui provoque le mouvement du fluide on distingue deux types de transfert de chaleur par convection :

- Convection naturelle
- Convection forcée

Dans la convection libre ou naturelle : le fluide est mis en mouvement sous le seul effet des différences de masse volumique résultant des différences de températures sur les frontières.
Dans la convection forcée : le mouvement du fluide est induit par une cause mécanique (pompe ou ventilateur).
Dans de nombreux problèmes industriels le transfert de chaleur par convection forcée se fait entre deux phases mobiles séparées par une phase solide. L'étude du transfert de chaleur par convection permet de déterminer les échanges de chaleur se produisant entre un fluide et une paroi.

2.2- Flux de chaleur par convection

Quelle que soit le type de convection (libre ou forcée) et quelle que soit le régime d'écoulement du fluide (laminaire ou turbulent), le flux de chaleur φ est donné par la relation dite loi de Newton :

$$\varphi = h.\ S.\ \Delta T$$

Le problème majeur à résoudre avant le calcul du flux de chaleur consiste à déterminer le coefficient de transfert de chaleur par convection h qui dépend d'un nombre important de paramètres : caractéristiques du fluide, de l'écoulement, de la température et de la forme de la surface d'échange. On trouvera dans le tableau suivant l'ordre de grandeur du coefficient de transfert de chaleur par convection pour différentes configurations.

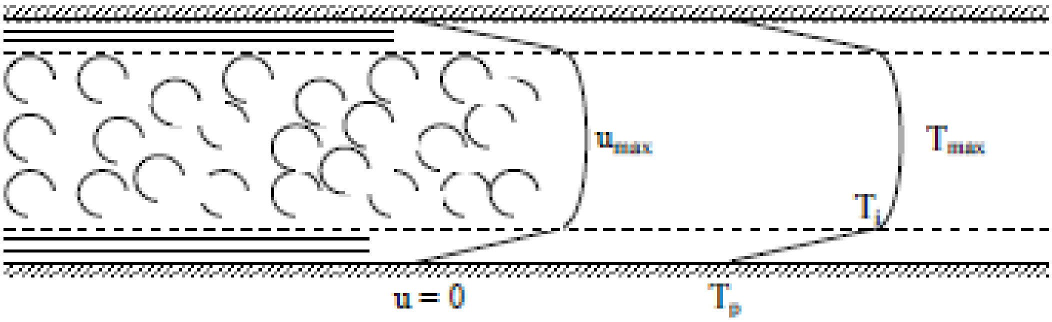
Configuration	**h ($Wm^{-2}\,°C^{-1}$)**
<u>Convection naturelle</u>	
Dans un gaz	2-10
Dans un liquide	100-1000
<u>Convection forceé</u>	
Dans un gaz	10-200
Dans un liquide	100-5000

2.3- Régime d'écoulement

2.3.1- Analogie de Reynolds

Compte tenu du lien entre le transfert de masse et le transfert de chaleur, il est nécessaire de prendre en compte le régime d'écoulement. L'échange de chaleur dans la zone turbulente

s'effectue par convection et conduction dans toutes les directions. La transmission de la chaleur se fait par la transmission d'énergie cinétique lors des chocs.
L'analogie de Reynolds dit que dans un écoulement fluide avec transfert de chaleur, le profil des vitesses et le profil des températures sont liés par une relation de similitude schématisée sur la figure



Représentation de l'analogie de Reynolds dans le cas d'un écoulement turbulent dans un tube

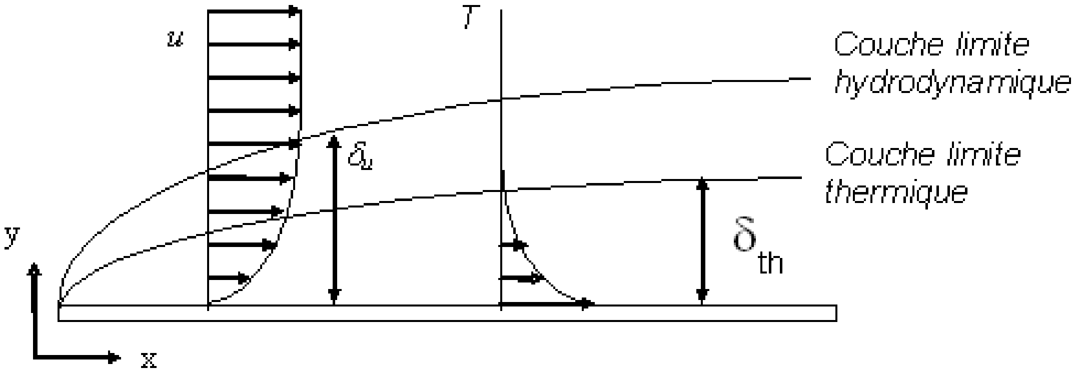
L'analogie de Reynolds montre que le gradient thermique est particulièrement important au voisinage de la paroi, dans une couche limite thermique qui se développe de manière analogue à la couche limite dynamique. Quel que soit le régime d'écoulement du fluide, on considère que la résistance thermique est entièrement située dans cette couche limite thermique qui joue le rôle d'isolant.

2.3.2- Interprétation physique de la couche limite thermique

L'exemple le plus simple d'écoulement externe est celui d'un fluide qui arrive à vitesse uniforme U parallèlement à une paroi plane. Au voisinage de la surface, il s'établit un gradient de vitesse, dû au phénomène de viscosité : plus on se rapproche de la paroi, plus le fluide est freiné, la vitesse étant nulle à la surface (condition d'adhérence à la paroi). Ceci conduit à une structure de "*couche limite*", où une redistribution dans le champ de vitesse s'accompagne d'une diffusion de quantité de mouvement, soit par un mécanisme visqueux (couche limite laminaire), soit par un mécanisme tourbillonnaire (couche limite turbulente).
Par commodité on définit de façon conventionnelle une "*épaisseur de couche limite dynamique* δ " correspondant en gros à la zone dans laquelle la variation de vitesse est la plus marquée.

- Si le fluide et la paroi sont à la même température, le phénomène physique est de nature uniquement dynamique.
- Mais supposons par exemple que l'écoulement incident soit à une température uniforme T_∞, et que la surface soit maintenue à une température T_p également uniforme mais différente de T_∞. En explorant le champ de température T perpendiculairement à la plaque, selon l'ordonnée y, on observera une variation progressive de T_p à T_∞, d'abord rapide puis de plus en plus lente à mesure qu'on pénètre dans l'écoulement.

La figure ci-dessous illustre le cas où T_p est supérieure à T_∞. La région dans laquelle T varie de façon significative est appelée "*couche limite thermique*".



Le problème était d'ailleurs le même avec la couche limite dynamique, et il sera abordé dans le même esprit, à savoir une définition conventionnelle de "*l'épaisseur de couche limite* δ_T ".
A l'ordonnée δ_{th}, l'écart de température par rapport à la surface est égal à 99% de l'écart total T_P - T_∞.
L'influence de T_P se fait sentir progressivement dans le fluide, ce qui se traduit par l'apparition d'un gradient de température, accompagné d'un flux de chaleur dirigé de la paroi vers le fluide ou du fluide vers la paroi selon le signe de $T_P - T_\infty$. Ainsi, de même que la couche limite dynamique est l'expression d'une diffusion de quantité de mouvement, la couche limite thermique résulte de la diffusion thermique dans le fluide en mouvement. Les épaisseurs de couche limite thermique δ_{th} dépend de la diffusivité thermique *a*.

2.3.3- Équations de la couche limite thermique laminaire

Il s'agit maintenant de dépasser l'aspect qualitatif et d'envisager le calcul du champ de température au voisinage de la paroi, qui permettra en particulier d'atteindre le flux de chaleur φ à la surface. Pour ce faire, nous allons adopter des conditions, à savoir :
Soit un écoulement permanent, parallèle à la paroi, avec une vitesse U_∞ et isotherme (température T_∞).
Le bilan d'enthalpie dans le fluide s'exprime par la relation suivante :

$$\rho C_P \vec{V}\, \overrightarrow{grad} T = \lambda div\, \overrightarrow{grad} T = \lambda \Delta T$$

ou encore sous forme scalaire, dans un écoulement bidimensionnel

$$U\frac{\partial T}{\partial x} + V\frac{\partial T}{\partial y} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)$$

Dans la couche limite, cette équation va pouvoir être légèrement simplifiée. En effet, on observe que le gradient thermique reste étroitement localisé à proximité de la surface. Le gradient de température est beaucoup plus importants dans la direction *y* que dans la direction *x*. De cette analyse nous tirerons un principe général en formulant les "*hypothèses de la couche limite thermique*" :

$$\frac{\partial T}{\partial x} \angle\angle \frac{\partial T}{\partial y} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \angle\angle \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Contentons-nous donc de la simplification, ce qui donne comme équation d'énergie dans la couche limite :

$$U\frac{\partial T}{\partial x}+V\frac{\partial T}{\partial y}=a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Par ailleurs, on sait que le champ de vitesse est solution des équations de la couche dynamique (équation de continuité plus équations de quantité de mouvement). L'ensemble du phénomène, dynamique et thermique, est finalement décrit par le système suivant :

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}=0$$

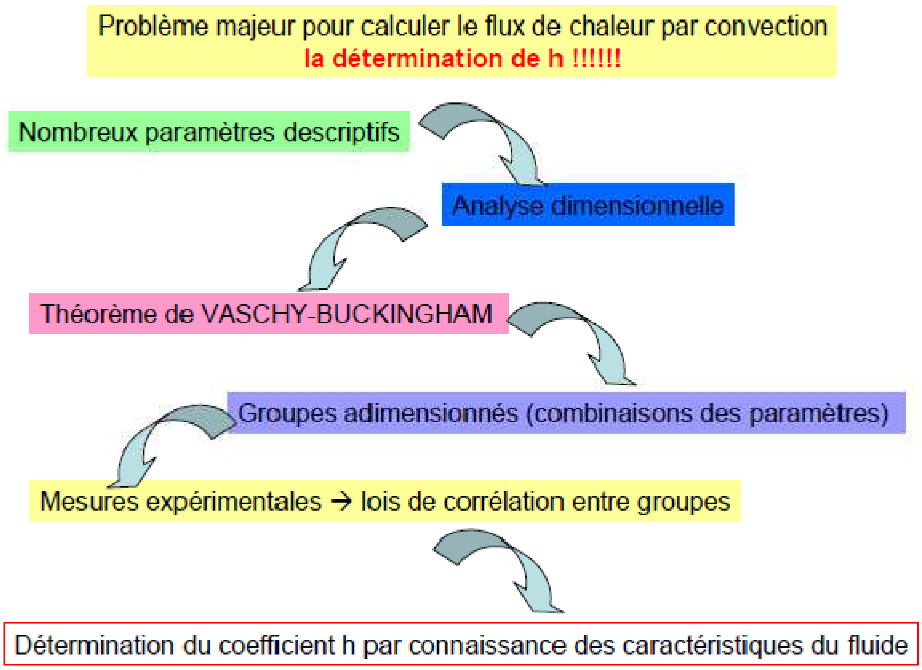
- $$U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P^*}{\partial x}+\nu\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$$
-
$$\frac{\partial P^*}{\partial y}=0$$

-
- $$U\frac{\partial T}{\partial x}+V\frac{\partial T}{\partial y}=a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Il y aune relation mutuelle ente le champ de température et le champ de vitesse, donc le calcul du champ de température au voisinage de la paroi, qui permettra en particulier d'atteindre le flux de chaleur φ à la surface passe par le calcul de ces équations couplés (couche limites dynamique et couche limite thermique).
Bien souvent, le problème le plus difficile n'est pas d'établir les équations, mais de les résoudre avec des conditions aux limites appropriées. Il existe des méthodes de solution qui sont par exemple la méthode de Blasus. Cette méthode (basé sur des hypothèses simplificatrices pour un cas simple) permet de déterminer le champ de température et le coefficient d'échange et par conséquent le flux de chaleur.
Mais dans des configurations complexes on utilise souvent un calcul approché basé sur des corrélations déduites d'expérimentations. L'application de l'analyse dimensionnelle montre que la relation liant le flux de chaleur transféré par convection aux variables dont il dépend peut être recherchée sous la forme d'une relation entre trois nombres adimensionnels :

2.4- Calcul approché du flux de chaleur

Le calcul du flux de chaleur consiste à déterminer le coefficient de transfert de chaleur par convection h qui dépend d'un nombre important de paramètres : caractéristiques du fluide, de l'écoulement, de la température, de la forme de la surface d'échange. L'application de l'analyse dimensionnelle permet de trouver la relation liant le coefficient de convection aux variables dont il dépend sous la forme d'une relation entre des nombres adimensionnels. La méthodologie se présente comme suit :



2.4.1- Analyse dimensionnelle

Si l'on veut représenter mathématiquement une loi physique en expriment une variable physique G_1 en fonction d'un certain nombre d'autres variables indépendantes G_2, G_3, ….,Gn c.-à-d. que $G_1 = f(G_2, G_3, G_4, \ldots, G_n)$ ou encore $f(G_1, G_2, G_3, \ldots, G_n) = 0$, le problème peut être simplifié de la manière suivante :

- On écrit pour chaque variable l'équation dimension donc on a n équations avec p dimensions fondamentale.
- On prélève p de ces n équations que l'on considère comme équations de base (il faut que chaque dimension fondamentale apparaisse au moins une fois sur l'ensemble des p équations)
- Les n-p équations restantes se représentent alors sous forme de (n-p) rapports sans dimensions appelés groupements. On obtient alors une équation réduite :

$$g(\Pi_1, \Pi_2, \ldots\ldots, \Pi_{n-p})=0$$

Avec

$$\pi_i = \frac{|G_i|}{|G_1|^{a_i}\,|G_2|^{b_i}\ldots\ldots\ldots|G_P|^{d}}$$

- Quelques groupements sans dimensions

Groupement	Nomination
Nombre de Nusselt	$Nu = \frac{hD}{\lambda}$
Nombre de Reynolds	$\mathrm{Re} = \frac{\rho VD}{\mu}$
Nombre de Prandtl	$\mathrm{Pr} = \frac{C_P \mu}{\lambda}$
Nombre de Grashof	$Gr = \frac{\beta g \Delta T \rho^2 L^3}{\mu^2}$
Nombre de Margoulis	$Ma = \frac{h}{\rho u C_P}$
Nombre de Rayleigh	$Ra = \frac{C_P \beta g \Delta T \rho^2 L^3}{\lambda \mu}$

2.5- Calcul du flux de chaleur en convection forcée

L'application de l'analyse dimensionnelle montre que la relation liant le flux de chaleur transféré par convection aux variables dont il dépend peut être recherchée sous la forme d'une relation entre trois nombres adimensionnels : Nombre de Nusselt (Nu) Nombre de Reynolds (Re) Nombre de Prandtl (Pr). Avec Nu = f(Re,Pr)
Défini par :

- Nombre de Nusselt : $Nu = \frac{hD}{\lambda}$
- Nombre de Reynolds : $\mathrm{Re} = \frac{\rho VD}{\mu}$
- Nombre de Prandtl : $\mathrm{Pr} = \frac{C_P \mu}{\lambda}$

Où D est la dimension caractéristique de la géométrie considérée qui sera par exemple le diamètre hydraulique

$$Dh = \frac{4 \otimes section-de-passage}{périmètre}$$

Le calcul d'un flux de chaleur transmis par convection forcée s'effectue donc de la manière suivante :

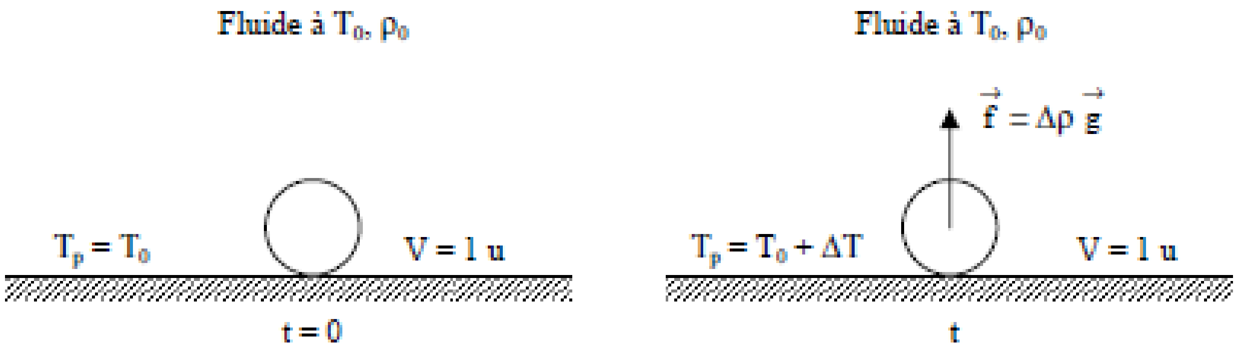
1. Calcul des nombres adimensionnels de Reynolds et de Prandtl.
2. Suivant la valeur de Re et la configuration on fait le choix de la corrélation
3. Calcul de Nu par application de cette corrélation.
4. Calcul de $h = \lambda$ Nu /D et de $\varphi = h\, S(T - T_p)$.

Les principales corrélations sont données en annexe. Les propriétés du fluide (Cp, ρ, μ, λ) sont calculées à une température moyenne dite température de film.

2.6- Flux de chaleur par convection naturelle

2.6.1- Description du mécanisme de la convection naturelle

Considérons un fluide au repos en contact avec une paroi plane à température T_0. Si l'on porte la paroi à une température $T = T_0 + \Delta T$, le fluide au contact de la paroi va s'échauffer par conduction et la masse du volume unité va passer de ρ_0 à $\rho_0\ \Delta\rho$:



Représentation du mécanisme de convection naturelle

Il sera donc soumis à une force ascensionnelle $f = -\ \Delta\rho.g$ Le principe fondamental de la dynamique permet d'évaluer l'accélération du fluide :

Pour un volume unité : $m=\rho$ d'où $\Delta\rho.g = \rho.\gamma$ et $\gamma= \Delta\rho.g/\rho$

En introduisant le coefficient de dilatation cubique β du fluide défini par $\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\Delta\rho}{\Delta T}\right)_P$ il vient : $\gamma= -\ \beta.g.\Delta T$ est donc le module de l'accélération produite par l'expansion thermique due à la variation ΔT de la température T_0. Ce mouvement du fluide induit par les différences de masse volumique résultantes des gradients de température va donner naissance aux courants de convection.

Dans le cas d'un transfert de chaleur par convection naturelle le long d'une plaque plane, le coefficient de convection dépend des caractéristiques du fluide : β, ρ ,λ, μ, Cp , g ,de la paroi caractérisée par la longueur L et de l'écart de température ΔT aux bornes du film, ce que l'on peut traduire par une relation du type :

$$\Phi = f(\lambda, \rho, C_p, \beta, \mu, g, L, \Delta T)$$

Dans le système M, L, T, q, Q, cette relation entre 8 grandeurs se réduit à une relation entre trois nombres adimensionnels :

$$Nu = f(Gr , Pr)$$

Définis par :

$$Nu = \frac{hD}{\lambda}$$ Nu = Nombre de Nusselt

$$Gr = \frac{\beta g \Delta T \rho^2 L^3}{\mu^2}$$ Gr =Nombre de Grashof

$$\Pr = \frac{C_P \mu}{\lambda}$$ Pr = Nombre de Prandtl

2.6.2- Calcul du flux de chaleur en convection naturelle

L'application de l'analyse dimensionnelle montre que la relation liant le flux de chaleur transféré par convection aux variables dont il dépend peut être recherchée sous la forme d'une relation entre trois nombres adimensionnels : Nu = f (Gr, Pr) définis par :

$$Nu = \frac{hD}{\lambda}$$ Nu = Nombre de Nusselt

$$Gr = \frac{\beta g \Delta T \rho^2 L^3}{\mu^2}$$ Gr =Nombre de Grashof

$$\Pr = \frac{C_P \mu}{\lambda}$$ Pr = Nombre de Prandtl

Le calcul d'un flux de chaleur transmis par convection naturelle s'effectue donc de la manière suivante :

1. Calcul des nombres adimensionnels de Grashof et de Prandtl .
2. Suivant la valeur de Gr et la configuration on fait le choix de la corrélation.
3. Calcul de Nu par application de cette corrélation.
4. Calcul de D

H= λ Nu/D et de φ= h S (T - T p)

Les principales corrélations sont données en annexe. Les propriétés du fluide (Cp, ρ ,μ, , λ) sont calculées à la température moyenne de film comme en convection forcée.

Annexes :

A.5.2 : Corrélations pour le calcul des coefficients de transfert en convection forcée

Caractéristiques du fluide calculées à $\theta_f = \dfrac{\theta_p + \theta_\infty}{2}$

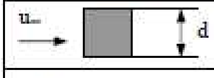
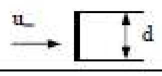
<table>
<tr><th>Géométrie</th><th>Corrélation</th></tr>
<tr><td>Ecoulement sur un plan</td><td>
$Nu(x)$: Nu à la distance x du bord du plan
$\overline{Nu_L}$: Nu moyen sur la longueur L du plan

<u>Ecoulement turbulent</u> :
$Nu(x) = 0{,}0288\, Re(x)^{0,8}\, Pr^{1/3}$
$\overline{Nu_L} = 0{,}035\, Re_L^{\,0,8}\, Pr^{1/3}$ $Re > 5.10^5$ et $Pr \geq 0{,}5$

<u>Ecoulement laminaire</u> :
$Nu(x) = 0{,}324\, Re(x)^{0,5}\, Pr^{1/3}$
$\overline{Nu_L} = 0{,}628\, Re_L^{\,0,5}\, Pr^{1/3}$ $Re < 5.10^5$ et $10 \geq Pr \geq 0{,}5$
</td></tr>
<tr><td>Ecoulement dans un tube</td><td>
<u>Ecoulement turbulent</u> : $Nu = 0{,}023\, Re^{0,8}\, Pr^n$

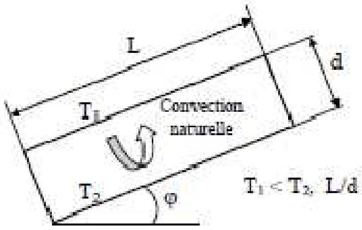
$n = 0{,}3$ si $\theta_{fluide} > \theta_{paroi}$
$n = 0{,}4$ si $\theta_{fluide} < \theta_{paroi}$ $Re > 5000$ et $0{,}6 < Pr < 100$
Re calculé pour $D_H = 4S / P$ où : S = section de passage du fluide
P = périmètre de contact fluide/paroi

<u>Ecoulement laminaire</u> : $Nu = 1{,}86\,(Re\,Pr)^{1/3} \left(\dfrac{D}{L}\right)^{1/3} \left(\dfrac{\mu}{\mu_p}\right)^{0,14}$

Valable pour $Re\,Pr\,\dfrac{D}{L} \geq 10$, μ_p calculé à θ_p
</td></tr>
<tr><td>Ecoulement perpendiculaire à un cylindre circulaire</td><td>
$Nu = C\, Re^n\, Pr^{1/3}$, vitesse u_∞ calculée en amont du tube
<table>
<tr><th>Re</th><th>C</th><th>n</th></tr>
<tr><td>0,4 – 4</td><td>0,989</td><td>0,330</td></tr>
<tr><td>4 – 40</td><td>0,911</td><td>0,385</td></tr>
<tr><td>40 – 4000</td><td>0,683</td><td>0,466</td></tr>
<tr><td>4000 – 40000</td><td>0,193</td><td>0,618</td></tr>
<tr><td>40000 - 250000</td><td>0,0266</td><td>0,805</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>Ecoulement perpendiculaire à un cylindre non circulaire</td><td>
<table>
<tr><th>Géométrie</th><th>Re</th><th>C</th><th>n</th></tr>
<tr><td></td><td>$5\ 10^3 - 10^5$</td><td>0,102</td><td>0,675</td></tr>
<tr><td></td><td>$4\ 10^3 - 1{,}5\ 10^4$</td><td>0,228</td><td>0,731</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

A.5.3 : Corrélations pour le calcul des coefficients de transfert en convection naturelle

Corrélations valables pour tous fluides : $Nu = C\,(Gr\,Pr)^m$

Géométrie	Gr Pr	C	m
Plaques et cylindres verticaux	$10^4 - 10^9$ $10^9 - 10^{13}$	0,59 0,021	1/4 2/5
Cylindres horizontaux	$10^{-10} - 10^{-2}$ $10^{-2} - 10^2$ $10^2 - 10^4$ $10^4 - 10^7$ $10^7 - 10^{12}$	0,675 1,02 0,850 0,480 0,125	0,058 0,148 0,188 0,25 0,33
Face supérieure d'une plaque chaude ou face inférieure d'une plaque froide	$2.10^4 - 8.10^6$ $8.10^6 - 10^{11}$	0,54 0,15	0,25 0,33
Face inférieure d'une plaque chaude ou face supérieure d'une plaque froide	$10^5 - 10^{11}$	0,27	0,25
Cellule fermée rectangulaire inclinée  $T_1 < T_2$, $L/d > 12$	$Nu = 1 + 1{,}44\left[1 - \frac{1708}{Gr\,Pr\cos\varphi}\right]^*\left[1 - \frac{1708\,(\sin(1{,}8\,\varphi))^{1{,}6}}{Gr\,Pr\cos\varphi}\right] + \left[\left(\frac{Gr\,Pr\cos\varphi}{5830}\right)^{1/3} - 1\right]^*$ si $0 < \varphi < \tan^{-1}(4800\,Pr)$ Les grandeurs * sont prises égales à 0 si le résultat de leur calcul conduit à un nombre négatif (Hollands et al, 1976)		

Relations simplifiées pour de l'air à pression atmosphérique

Géométrie	Laminaire $10^4 < Gr\,Pr > 10^9$	Turbulent $Gr\,Pr > 10^9$
Plaque ou cylindre vertical	$h = 1{,}42\left(\frac{\Delta\theta}{L}\right)^{1/4}$	$h = 1{,}31\,(\Delta\theta)^{1/3}$
Cylindre horizontal	$h = 1{,}32\left(\frac{\Delta\theta}{D}\right)^{1/4}$	$h = 1{,}24\,(\Delta\theta)^{1/3}$
Face supérieure d'une plaque horizontale chaude ou face inférieure d'une plaque froide	$h = 1{,}32\left(\frac{\Delta\theta}{L}\right)^{1/4}$	$h = 1{,}52\,(\Delta\theta)^{1/3}$
Face inférieure d'une plaque chaude ou face supérieure d'une plaque froide	$h = 0{,}59\left(\frac{\Delta\theta}{L}\right)^{1/4}$	$h = 0{,}59\left(\frac{\Delta\theta}{L}\right)^{1/4}$