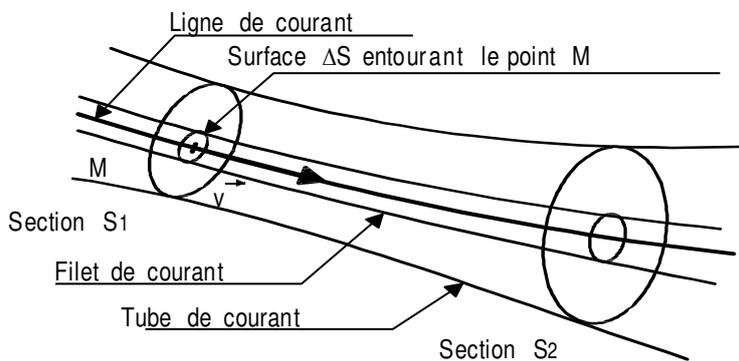


## Chapitre 1 : Introduction à la dynamique des gaz

### 1.1 Concepts et relations thermodynamiques.

La résolution d'un problème de mécanique des fluides s'effectue toujours à partir de concepts appelés aussi principes fondamentaux de conservation dont nous allons donner les expressions particulières en dynamique des gaz, où le fluide est compressible, donc des changements importants de pression se produisent, ceci entraîne :

Des variations très importantes de la masse volumique, ce qui modifie la relation entre la vitesse et la pression, dans le cas des grandes vitesses d'écoulement d'un gaz ou les déplacements des corps solides dans un milieu gazeux.



Nous allons faire un bref rappel des principes fondamentaux et des équations essentielles issus de la mécanique des fluides d'une part et de la thermodynamique d'autre part.

#### 1.1.1 Concepts

##### Principe de conservation de la masse.

L'expression générale de ce principe est donnée en cinématique des fluides. Dans le cas des écoulements conservatifs et appliquée à un tube de courant de section S, l'équation de continuité s'écrit :

$$q_m = \int_S \rho \cdot V_n \cdot dS = C^{te}$$

Si  $V$  est constante dans toute la section S et normale à celle-ci, on a :

$$q_m = \rho \cdot S \cdot V = C^{te}$$

## Chapitre 1 : Introduction à la dynamique des gaz

C'est l'expression qu'on utilise en première approximation dans l'étude des écoulements dans les conduites industrielles, entre deux sections successives S1 et S2, on a :

$$\rho_1.S_1.V_1 = \rho_2.S_2.V_2$$

### Principe de conservation des quantités de mouvement.

Ce principe traduit la loi fondamentale de la dynamique (loi de Newton) appliquée à l'unité de volume, qui s'écrit :

$$\underbrace{\rho \frac{d\vec{V}}{dt}}_{\text{Forces d'inertie}} = \underbrace{\rho \cdot \vec{F}}_{\text{Forces de pesanteur}} - \underbrace{\overline{\text{grad}.p}}_{\text{Forces de pression}} - \underbrace{\vec{f}}_{\text{Forces de frottement éventuelles}}$$

Si l'écoulement est permanent et si l'on reste sur la même ligne de courant, l'intégration de cette équation entre deux sections successives S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub> donne

$$\underbrace{\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2}}_{\text{Travail des forces d'inertie}} = \underbrace{g(h_1 - h_2)}_{\text{Travail des forces de pesanteur}} - \underbrace{\int \frac{dp}{\rho}}_{\text{Travail des forces de pression}} + \underbrace{W}_{\text{Travail des forces de frottements}}$$

### Principe de conservation de l'énergie.

Ce principe de conservation traduit le premier principe de la thermodynamique, puisqu'on sait que contrairement aux fluides incompressibles, il faut tenir compte des effets thermiques. Pour une unité de masse (1 Kg) le fluide gazeux passe de l'état 1 à l'état 2 et on a :

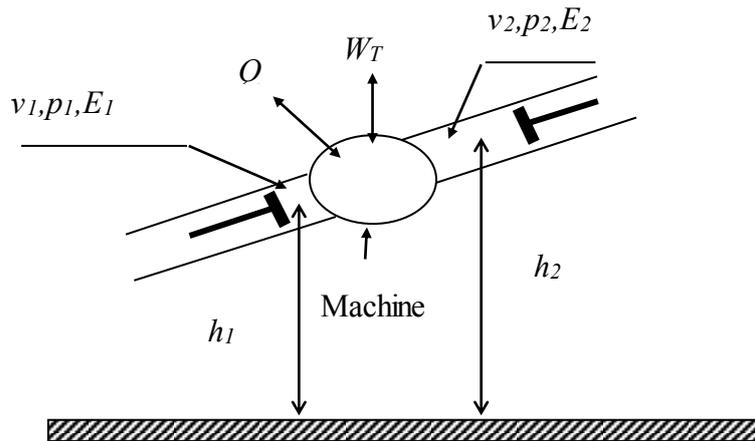
$$\left( \underbrace{E_2}_{\text{Energie interne}} + \underbrace{\frac{V_2^2}{2}}_{\text{Energie cinétique}} \right) - \left( E_1 + \frac{V_1^2}{2} \right) = \underbrace{W_{1-2}}_{\substack{\text{Travaux produits par les forces de pression} \\ (\text{forces extérieures})}} + \underbrace{Q_{1-2}}_{\substack{\text{Quantité de chaleur fournie} \\ \text{par l'extérieur} (*)}}$$

Dans le cas des écoulements gazeux, et des machines thermiques à fluide compressible on utilise l'expression suivante :

$$\left( H_2 + \frac{V_2^2}{2} \right) - \left( H_1 + \frac{V_1^2}{2} \right) = W_T + Q_{1-2}$$

$H = E + p.v$  Enthalpie de l'unité de masse

$W_T$  : Travail technique, généralement fourni par les parois mobiles de la machine au fluide ou bien inversement, c'est le travail qu'il faut fournir au gaz, pour effectuer son transvasement d'un récipient à un autre.



$$W_T = - \underbrace{\int_1^2 p \cdot dv}_{\text{Travail de compression}} - \underbrace{p_1 \cdot v_1 + p_2 \cdot v_2}_{\text{Travail de transvasement}} = - \int_1^2 p \cdot dv - \int_1^2 d(p \cdot v) = \int_1^2 v \cdot dp$$

Si on admet que seules les forces de pesanteur représentent les forces de volume, on aura :

$$W_{1-2} = p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2 + W_T + g \cdot (h_1 - h_2)$$

L'équation de l'énergie s'écrira donc :

$$(E_2 + \underbrace{p_2 \cdot v_2}_{\text{Energie de transvasement}} + \underbrace{g \cdot h_2}_{\text{Energie potentielle}} + \frac{V_2^2}{2}) - (E_1 + p_1 \cdot v_1 + g \cdot h_1 + \frac{V_1^2}{2}) = W_T + Q_{1-2}$$

**Remarque :**

Le principe de conservation de l'énergie ne requiert pas la réversibilité, l'expression est applicable pour les fluides réels et pour toutes les transformations quelle soit réversibles ou non. Toutefois lorsque la transformation est réversible, on peut utiliser la forme différentielle suivante :

$$dH + d\left(\frac{V^2}{2}\right) = dW_T + dQ$$

**1.2. Relations isentropiques d'un gaz parfait**

Aux trois principes fondamentaux de conservation, il y'a lieu d'ajouter l'équation de l'état du fluide qui s'écrit :

$$f(p, \rho, T) = 0$$

Pour une unité de masse et dans le cas d'un gaz parfait on a :

$$\frac{P}{\rho} = r.T$$

Deux autres propriétés utiles sont les capacités thermiques à volume constant et à pression constante :

$$C_v = \frac{dE}{dT} \text{ et } C_p = \frac{dH}{dT}$$

Les autres relations sont :

$$r = C_p - C_v \text{ et } \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

Où  $E$  est l'énergie interne spécifique et  $H = C_p T$  est l'enthalpie spécifique. Elles sont traitées comme constantes dans l'analyse des écoulements compressibles élémentaires.

Les valeurs usuelles pour l'air sont :

$$C_v = 718 \text{ J/Kg K}, C_p = 1005 \text{ J/Kg K}, \gamma = 1,4, r = 287 \text{ J/Kg K}$$

Pour une évolution isentropique, l'équation d'état est :

$$\frac{P}{\rho^\gamma} = \text{const.ante}$$

Une transformation thermodynamique isentropique est une transformation thermodynamique réversible, adiabatique dans laquelle on néglige les frottements visqueux.

### 1.3 Compressibilité et propagation des ondes sonores (élastiques).

Un phénomène de propagation d'une onde sonore peut être illustré de la façon suivante : en affectant localement, un milieu matériel, par des variations de pression (lentes ou rapides, elles n'ont pas de signification absolue, c'est en fonction des dimensions du milieu affecté par l'onde élastique et la vitesse de ces ondes) d'origine quelconque, il en résulte une perturbation qui se propage dans toutes les directions. On compare souvent la propagation d'une onde élastique avec celle d'une onde de gravité à la surface d'un liquide .

On étudie les phénomènes de propagation d'ondes sonores dans les milieux matériels, en utilisant l'acoustique linéaire (écoulements à faible vitesse, la pression et la masse volumique restent voisines de leurs valeurs à l'équilibre) comme approximation.

L'étude de la propagation d'une perturbation se limitera au cas d'un fluide initialement au repos. Les transformations seront supposées adiabatiques (le fluide est non conducteur de chaleur) et réversibles (le fluide reste mécaniquement parfait et on néglige l'influence des forces réparties en volume), donc isentropiques. Les variables caractérisant l'état du fluide sont continues donc on exclu les phénomènes irréversibles.

## Chapitre 1 : Introduction à la dynamique des gaz

En statique des gaz le module de compressibilité est donné par :  $\chi = \frac{1}{\varepsilon}$ , on a :  $\frac{dp}{\varepsilon} = \frac{d\rho}{\rho}$ , on remarque que  $\varepsilon$  a les dimensions d'une pression. Pour un gaz parfait  $\varepsilon$  est proportionnel à la pression mais dépend de la transformation envisagée :- transformation isentropique  $\frac{p}{\rho^\gamma} = C^{te}$ ,  $\frac{dp}{p} = \gamma \frac{d\rho}{\rho}$   $\varepsilon = \gamma \cdot p$

En milieu fluide indéfini, les seules ondes capables de se propager sont les ondes longitudinales, c'est les ondes qui provoquent des déplacements de particules fluides, normalement aux surfaces d'ondes.

### 1.4 Expression générale de la vitesse du son.

L'expression de la vitesse du son est donnée par:

$$|U| = a_0 = \sqrt{\frac{\gamma \cdot p}{\rho}} = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T}$$

Dans les conditions normales de température et de pression la célérité de l'onde de propagation dans l'air est de 331 m/s.

### 1.5 Nombre de Mach et ondes de Mach.

Par définition, le nombre de mach est un nombre sans dimension, qui permet de caractériser le régime de l'écoulement des fluides compressibles (les gaz), donné par le rapport entre la vitesse de la particule de fluide, en écoulement et la célérité de l'onde de propagation, dans le fluide, d'où l'expression suivante:

$$M = \frac{v}{a}$$

Le déplacement d'un mobile a une vitesse  $v > a$  (supersonique) provoque a chaque instant des perturbations issues de ce point et qui se propagent suivant des surfaces sphériques dans tout l'espace avec une célérité ( $a$ ) du son dans le milieu ambiant

Le système de sphère possède à chaque instant ( $t$ ) une enveloppe sous forme d'un cône dont le mobile occupe la sommet

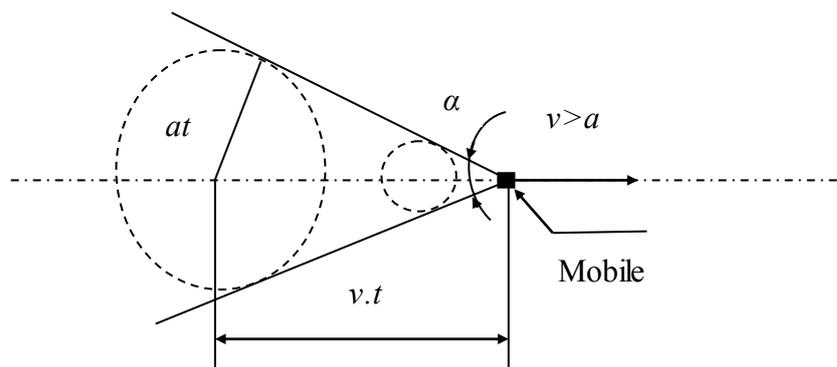
Si le mouvement est rectiligne et uniforme le déplacement est donné par :  $x = v \cdot t$

Le demi angle d'ouverture ( $\frac{\alpha}{2}$ ) est appelé : angle de Mach, il est donné par :

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{a.t}{v.t} = \frac{1}{\frac{v}{a}} = \frac{1}{M}$$

$$\text{Soit : } \frac{\alpha}{2} = \arcsin\left(\frac{1}{M}\right)$$

On comprend que le comportement des ondes de perturbations dépend du rapport  $\left(\frac{v}{a}\right)$  qu'on appelle nombre de Mach. Le cône de Mach est formé d'une onde de choc (zone d'accroissements des perturbations élémentaires où les phénomènes sont extrêmement violents).



Déplacement d'un mobile supersonique

### 1.6 Écoulement subsonique, transsonique, supersonique et hypersonique.

La différence fondamentale entre un écoulement subsonique et un écoulement supersonique réside dans la valeur de nombre de mach, on distingue quatre cas:

Si  $M < 1 \Rightarrow$  on dit que l'écoulement est subsonique

Si  $M = 1 \Rightarrow v = a \Rightarrow$  l'écoulement est dit sonique ou transsonique

Si  $M > 1 \Rightarrow$  on dit que l'écoulement est supersonique

Si  $M \gg 1 \Rightarrow$  on dit que l'écoulement est hypersonique

Au niveau du sol, on peut faire les approximations suivantes pour avoir une idée de l'ordre de grandeur des vitesses subsoniques, transsoniques et supersoniques :

- Les vitesses subsoniques sont les vitesses inférieures à  $300 \text{ m.s}^{-1}$ , soit  $1080 \text{ km.h}^{-1}$ .
- Les vitesses transsoniques sont comprises entre  $300$  et  $380 \text{ m.s}^{-1}$ , soit  $1370 \text{ km.h}^{-1}$ .
- Les vitesses supersoniques sont les vitesses supérieures à  $380 \text{ m.s}^{-1}$ .