

Chapitre 3 : Mesure indirectes des distances

3.1 Introduction

Une mesure est indirecte, lorsqu'on l'obtient sans avoir à parcourir la longueur à mesurer en comptant le nombre de fois qu'elle contient la longueur étalon.

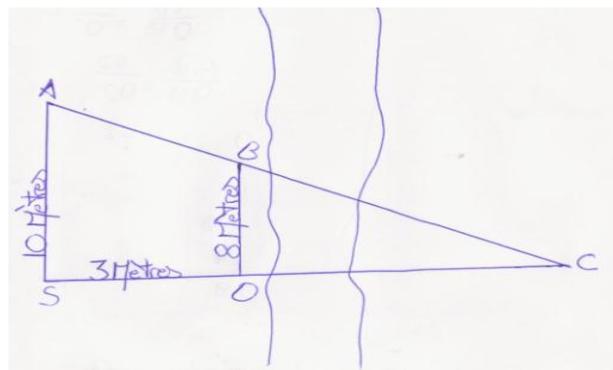
C'est une méthode qui permet d'obtenir une distance par un calcul de figure géométrique à partir de la connaissance ou de la mesure d'une autre distance.

✚ Exemple :

Un personnage se situe au niveau d'une rivière, en regardant de l'autre côté de la rive, il aperçoit un arbre. Il souhaiterait connaître sa distance par rapport à cet arbre.

Cependant, cet individu ne dispose que de petits cailloux et de son cerveau. Il sait également, que son pas est environ égale à 1 mètre.

- Comment peut-il s'y prendre ?
- ✓ Il est préférable et fortement recommandé, de réaliser un schéma.
- ✓ Évitez les perspectives car les angles et les distances sont déformés.
- ✓ Choisissez une vue qui permet de bien voir ce qu'on cherche et ce que l'on connaît. (Ici, vue de dessus).
- ✓ Ne pas prendre des cas particuliers si ce n'est pas dit (Ne pas inventer de données).
- ✓ Nommer chaque chose par une lettre.



$$\frac{CD}{CS} = \frac{BD}{AS}$$

$$\frac{CD}{(CD+SD)} = \frac{BD}{AS} = \frac{CD}{(CD+3)} = \frac{8}{10}$$

$$10CD = 8(CD+3) \quad 2CD = 24 \quad CD = 12 \quad \text{donc } CS = 12+3 = 15$$

L'individu se situe à 15 mètres de l'arbre.

Les mesures s'effectuent soit avec mesurage stadimétrique, parallaxique, par variation de pente ou par résolution de triangle.

Parmi les instruments les plus utilisés en topographie pour la mesure des distances de grande portée, on peut citer : Le Niveau de chantier, le théodolite, le tachéomètre, station totale et station GPS.

3.2 Instruments de mesures indirectes

Les mesures indirectes des longueurs peuvent être aussi mesurées au moyen d'un appareil électronique (un tachéomètre par exemple).

On classe les tachéomètres électro-optiques en trois catégories :

- Les tachéomètres modulaires où l'instrument de mesure électronique des longueurs est indépendant du théodolite.
- Les tachéomètres intégrés.
- Les tachéomètres électroniques compacts.

3.2.1. Les tachéomètres modulaires

Ces instruments de conception relativement ancienne (1968) ont été perfectionnés et sont très utilisés. Les théodolites avec affichage numérique comprennent des tachéomètres de précision moyenne adaptés aux travaux de chantier, ainsi que des tachéomètres de grande précision qui peuvent devenir enregistreurs programmables par adjonction de terminaux de terrain.

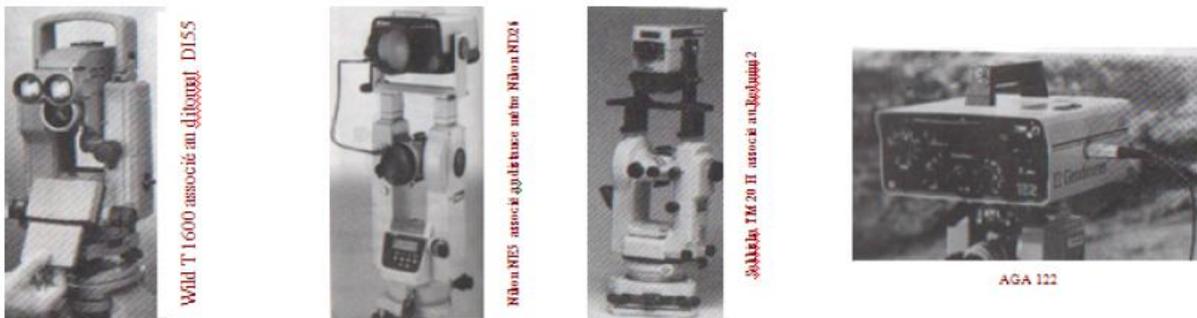


Figure 3.1- tachéomètres modulaires

3.2.2. Les tachéomètres intégrés

Il ne permet pas la séparation physique du théodolite et de distancemètres mais ils peuvent fonctionner séparément.



Figure 3.2- tachéomètre intégré

3.2.3. Tachéomètres électroniques compacts (station total)

Un tachéomètre électronique compact comprend : un théodolite électronique, un distancemètres et un calculateur, qui transmet les données à l'enregistreur.



Figure 3.3- tachéomètre électronique compact

3.3 Mesures stadimétriques

Les stadimètres sont des dispositifs de mesure optique des distances sur un jalon ou sur une mire graduée. Dans les dispositifs stadimétriques à angle constant, on intercepte sur les deux fils stadimétriques du réticule de la lunette du tachéomètre une portion de mire.

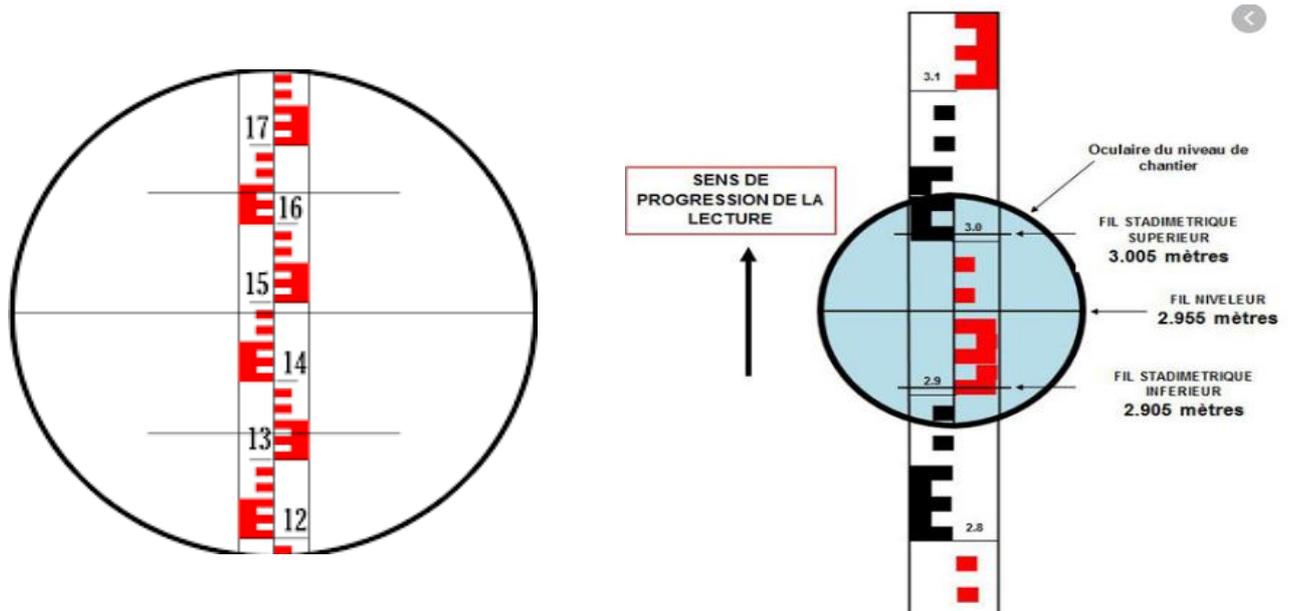


Figure 3.4- lunette stadimétrique

Un **télémetre stadimétrique** est un instrument optique qui permet d'évaluer les distances en comparant un objet de grandeur connue avec une échelle contenue dans l'instrument.

Le stadimètre (étymologiquement, « mesureur de stadia ») est le dispositif à l'intérieur d'une lunette que l'on compare avec l'objet observé (fig.3.5).

La stadimétrie permet la mesure indirecte d'une distance horizontale en lisant la longueur interceptée sur une mire par les fils stadimétriques du réticule de visée.

Le point A de la figure 5, centre optique d'un théodolite, est situé à la verticale du point stationné en S ; l'opérateur vise une mire posée en P et effectue la lecture interceptée par chaque fil sur la mire soit m_1 et m_2 .

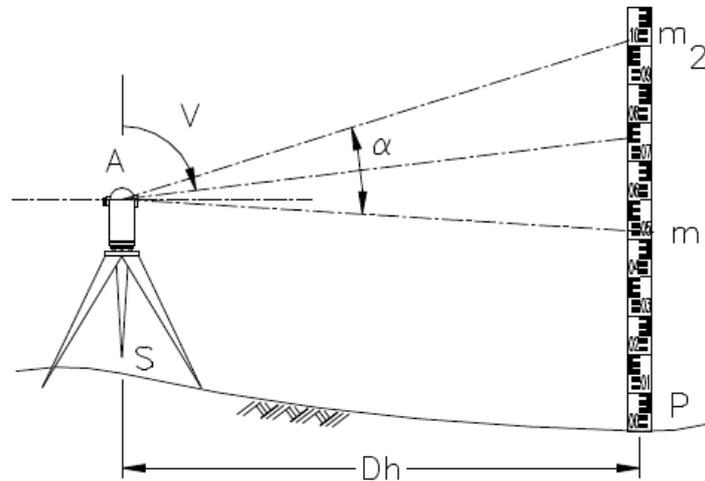


Figure 3.5- Mesure stadimétrique

La distance horizontale peut s'exprimer par :

$$Dh = \frac{m_2 - m_1}{2 \tan \frac{\alpha}{2}} \sin^2 V$$

Avec : V est l'angle zénithal entre la verticale ascendante et la visée

Si la visée est horizontale, ($V = 100$ gon) ; on obtient :

$$Dh = \frac{m_2 - m_1}{2 \tan \frac{\alpha}{2}}$$

3.3.1 Stadimétrie à angle constant

Si l'angle α est constant dans l'appareil utilisé, on a : $Dh = K (m_2 - m_1) \sin^2 V$.

La constante $K = 1/2 \tan(\alpha/2)$ est appelée **constante stadimétrique**. Elle vaut généralement 100 ; c'est pourquoi l'expression de Dh devient :

$$Dh = 100(m_2 - m_1) \sin^2 V$$

- **Précision obtenue sur la mesure de Dh :**

Pour un niveau, $V = 100$ gon, d'où :

$$Dh = 100(m_2 - m_1)$$

Le calcul de l'écart type sur Dh donne permet d'obtenir :

$$\sigma_{Dh}^2 = 2 (K \cdot \sigma_m)^2.$$

σ_m est l'écart type sur la connaissance des lectures m : on peut l'évaluer au mieux à 1 mm jusqu'à 35 m pour un niveau ou un théodolite classique. Ce qui implique que la précision sur Dh est de l'ordre de ± 14 cm à 35m.

Avec un niveau de précision (de type NA2 avec micromètre optique et mire Invar), on peut estimer que $\sigma_m \approx \pm 0,1\text{mm}$ à 35 m. La précision devient alors $\pm 1,4$ cm à 35 m.

✚ **Exemple :**

Dans l'optique d'un niveau de chantier type NAK (fig.3.6) :

L'opérateur lit : $m_2 = 7,60$ dm et $m_1 = 5,69$ dm et on obtient $Dh = (7.60 - 5.69) \times 100 = 191\text{dm} \pm 14$ cm.

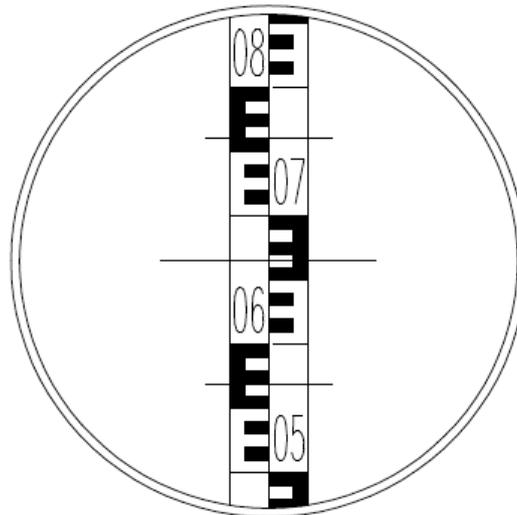


Figure 3.5- Lecture sur fil stadimétrique

3.3.2 Stadimétrie à angle variable

- L'angle α est variable sur certains appareils dits « **auto-réducteurs** », par exemple le tachéomètre Wild RDS, le terme « auto-réducteur » signifiant que le calcul de réduction de la distance inclinée à l'horizontale est automatisé.
- L'angle stadimétrique varie en permanence en fonction de l'inclinaison de la visée de manière à intercepter une longueur constante L sur la mire. Les fils stadimétriques deviennent des courbes qui défilent dans l'optique au fur et à mesure de l'inclinaison de la lunette (voir courbes C_0 , C_1 et C_2 , fig. 3.6.).

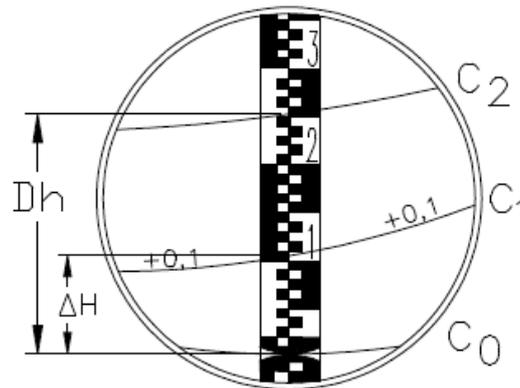


Figure 3.6- Lecture sur fils stadimétriques mobiles

- La mire utilisée est spéciale : elle comporte une graduation particulière (sur la figure 3.6, elle est placée à 1m du sol) sur laquelle l'opérateur fait tangenter la courbe origine C_0 de manière à pouvoir lire directement sur la mire la longueur Dh , sans avoir à faire de soustraction et en une seule lecture.
- La mire comporte aussi une graduation coulissante qui permet de positionner la graduation particulière à la hauteur des tourillons du théodolite.

La formule donnant Dh reste la même, c'est-à-dire : $Dh = 100 \times L$, L étant la longueur interceptée sur la mire.

- **Précision obtenue sur la mesure de Dh :**

En stadimétrie à angle variable, la précision est légèrement meilleure qu'en stadimétrie à angle constant, puisque l'opérateur n'effectue qu'une lecture et le pointé de la graduation origine est plus précis qu'une seconde lecture. On peut estimer l'erreur de pointé à 0,5 mm à 35 m. La précision devient alors :

$$\pm 100 \sqrt{(1)^2 + (0,5)^2} = \pm 112 \text{ mm}$$

✚ **Exemple :**

La figure 3.6 représente l'objectif du Wild RDS ; C_0 est la courbe origine, C_1 la courbe des dénivelées (avec coefficient) et C_2 la courbe des distances horizontales.

Les lectures sont :

$$Dh = 100 \times 2,53 \text{ dm, soit : } 25,30 \text{ m} \pm 11 \text{ cm}$$

$$DH = 100 \times 0,1 \times 1,05 \text{ dm, soit : } 1,05 \text{ m} \pm 1 \text{ cm}$$

3.4 Mesure par variation de pente

C'est un procédé plus précis que la stadimétrie. La méthode générale consiste à lire les angles V et V' correspondant à des graduations m et m' de la mire interceptée par le fil horizontal du réticule (axe de visée) (fig. 3.7). On pose pour la suite $L = m' - m$.

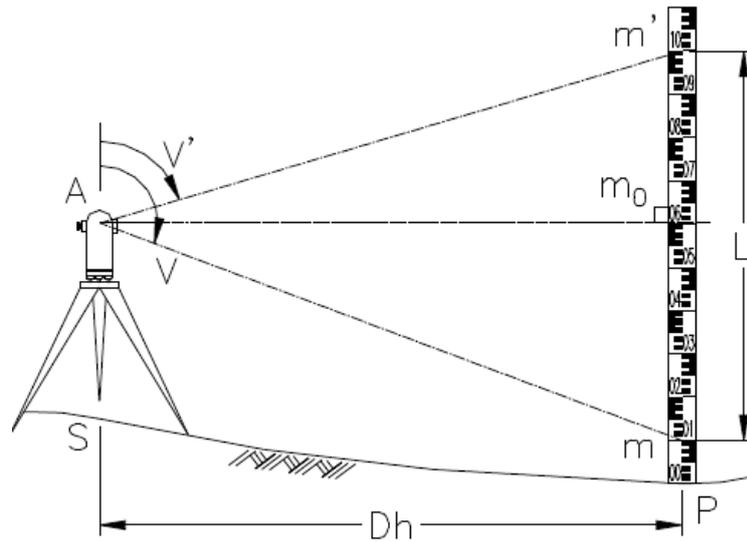


Figure 3.7- Variation de pente

Pour calculer Dh , on fait intervenir la lecture m_0 faite sur la mire lorsque l'appareil est horizontal $V = 100$ gon, mais sa connaissance est inutile puisqu'elle s'élimine dans le calcul :

$$\left. \begin{aligned} \tan V' &= \frac{Dh}{(m' - m_0)} \Rightarrow m' - m_0 = \frac{Dh}{\tan V'} \\ \tan V &= \frac{Dh}{(m - m_0)} \Rightarrow m - m_0 = \frac{Dh}{\tan V} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{Dh = \frac{L}{\cotan V' - \cotan V}}$$

Ce procédé s'applique à tout appareil mesurant des angles verticaux (ou des pentes).

3.4.1 Variation de pente à base variable

L'opérateur lit les graduations m et m' de la mire interceptée pour des lectures angulaires imposées de V et V' . La base, c'est-à-dire la longueur L interceptée sur la mire, varie d'une mesure à l'autre.

Le tachéomètre Sanguet fonctionnait sur ce principe : on effectuait quatre lectures sur la mire, chaque passage d'une lecture à l'autre étant fait avec une différence de pente constante.

La formule utilisée est une transformation de la formule générale faisant intervenir les pentes des visées.

Soit i l'angle de site de la visée de pente p ($i = V - 100$ gon),

on a : $p = \tan i = \cotan V$ et $P' = \tan I' = \cotan V'$.

Finalement, en reprenant la dernière équation :

$$\boxed{Dh = \frac{L}{p' - p}}$$

Application

Vous disposez d'un tachéomètre autoréducteur Tari. Dans l'optique de cet appareil existe une graduation dont l'intervalle correspond à une variation de pente constante de valeur 1/200.

Vous lisez sur une mire les valeurs $m_1 = 1,000$; $m_2 = 1,245$; $m_3 = 1,488$ pour trois graduations consécutives de l'échelle de variation de pente.

- Calculez la distance horizontale Dh séparant la mire du tachéomètre.

Solution

On obtient trois valeurs de Dh ,

$$Dh_1 = 200 (1,245 - 1,000) = 49,00 \text{ m} \pm 28 \text{ cm}$$

$$Dh_2 = 200 (1,488 - 1,245) = 48,60 \text{ m} \pm 28 \text{ cm}$$

$$Dh_3 = 100 (1,488 - 1,000) = 48,80 \text{ m} \pm 14 \text{ cm}$$

La valeur finale est la moyenne pondérée des trois, soit $48,80 \text{ m} \pm 14 \text{ cm}$. Dh_3 est théoriquement aussi précise que cette moyenne.

3.4.2 Variation de pente à base fixe

Dans ce cas, l'opérateur vise des graduations entières sur la mire et lit les angles zénithaux correspondants. La base, c'est-à-dire la longueur $L = m' - m$ interceptée sur la mire, est dite « fixe » puisqu'elle peut garder une valeur constante pendant une série de mesures.

Cette technique est adaptée à l'emploi d'un théodolite. Elle permet d'obtenir une meilleure précision que la stadimétrie, pour deux raisons :

- La constante stadimétrique K qui multiplie les erreurs de lecture sur mire par un facteur 100 n'intervient plus ;
- Le pointé d'une graduation entière de la mire est plus précis.

L'expression de Dh est donnée par :

$$Dh = \frac{L}{\cotan V' - \cotan V}$$

La précision de cette méthode est donnée par l'écart type σ_{Dh} sur Dh :

$$\sigma_{Dh}^2 = \frac{2(\sigma_m)^2}{(\cotan V' - \cotan V)^2} + \frac{(L \cdot \sigma_{V_{rad}})^2 [(1 + \cotan^2 V')^2 + (1 + \cotan^2 V)^2]}{(\cotan V' - \cotan V)^4}$$

En considérant que $\sigma m = \sigma m'$

L'erreur est donc minimisée si les angles V et V' sont éloignés l'un de l'autre ; elle tend vers l'infini s'ils se rapprochent. Donc l'opérateur doit viser V' le plus haut possible et V le plus bas possible sur la mire.

Il est possible d'obtenir avec un théodolite au mgon une précision de quelques centimètres sur 100 m.

Application

La longueur interceptée sur la mire est $L = 3,8$ m ; l'angle $V = 103,333$ gon et l'angle $V' = 96,445$ gon sont mesurés au théodolite T16.

- Calculez la distance Dh caractérisée par les données suivantes et évaluez son incertitude.

Solution

$Dh = 35,087$ m.

Si on utilise un théodolite T16, $\sigma_V = \pm 2,5$ mgon, on peut estimer les erreurs de pointé sur la mire à $\sigma_m = \pm 0,5$ mm à 35m.

On trouve alors $\sigma_{Dh} = \pm 1,9$ cm.

Donc, on peut écrire : $Dh = 35,09$ m ± 2 cm.