

## CHAPITRE 2: HYDROSTATIQUE

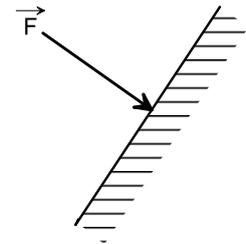
### 2.1 Introduction

L'hydrostatique ou la statique des fluides est la branche de l'hydraulique qui s'occupe des fluides au repos (équilibre absolu) ou accélérés en bloc (équilibre relatif) et son interaction avec les surfaces et les corps solides immergés.

### 2.2 Pression en un point d'un fluide

Pour un fluide au repos, la pression désigne la force par unité de surface qui s'exerce perpendiculairement à un élément de surface  $dS$ .

$$P = F/A$$



La pression hydrostatique en un point est égale dans toutes les directions

**Fig. 2.1 :** Direction d'une force de pression sur un plan

### 2.3 Lois fondamentales

Il existe deux lois fondamentales en hydrostatiques, et la connaissance de ces lois est absolument nécessaire.

#### 2.3.1. Surfaces isobares

Comment s'exerce la pression en différents points d'un plan horizontal dans un fluide ?

Imaginons, à l'intérieur d'un fluide un parallélépipède de faible hauteur allongé sur un plan horizontal dont chacun des petits côtés est un élément de surface  $dS$ .

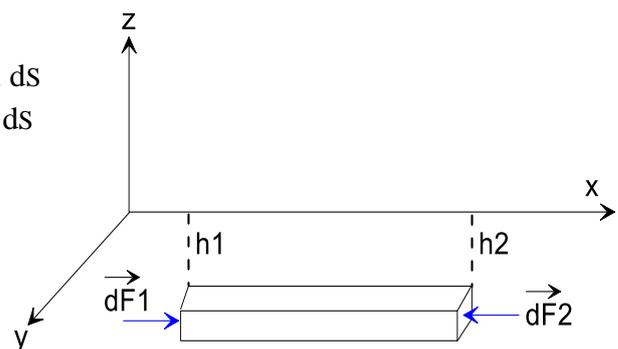
Pour une profondeur constante  $h_1 = h_2$

La poussée vers la droite est :  $dF_1 = P_1 \cdot dS$

La poussée vers la gauche est :  $dF_2 = P_2 \cdot dS$

Et puisque le liquide est à l'équilibre :  $\sum \vec{F}_{/x} = 0$

Ce qui donne  $P_1 = P_2$



**Fig. 2.2 :** Variation de la pression sur un plan horizontal

Cette première loi fondamentale s'énonce ainsi :

*La pression est identique en tous les points d'un plan horizontal dans un fluide en équilibre.*

### 2.3.2. Variation de la pression sur un plan vertical

Comment s'exerce la pression en différents points d'un plan vertical dans un fluide ?

Imaginons, à l'intérieur d'un fluide un cube dont chacune des dimensions est un élément de longueur  $dx$ ,  $dy$ , et  $dz$

Les forces sur l'axe des  $Z$  :

$$dF_1 = -P_1 dx \cdot dy = -P_1 \cdot dS$$

$$dF_2 = +P_2 dx \cdot dy = +P_2 \cdot dS$$

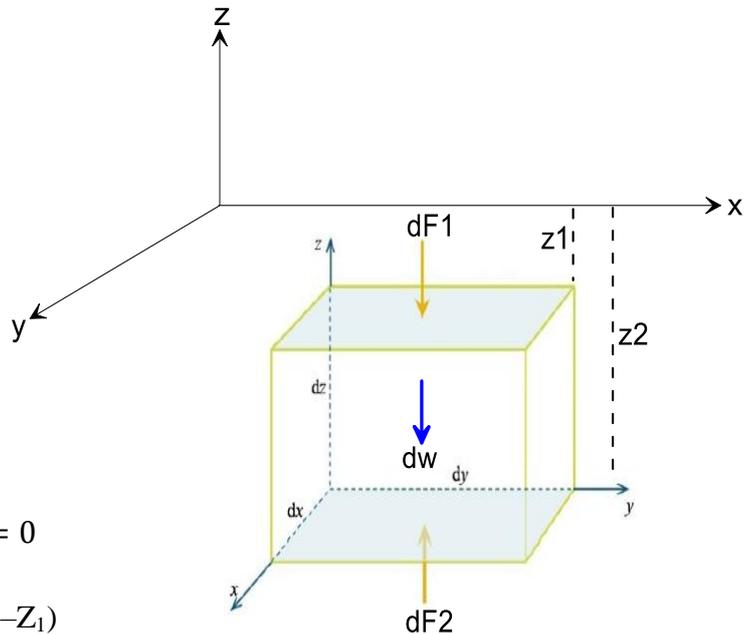
La force du volume (poids)

$$dw = -\rho \cdot g \cdot dx \cdot dy \cdot dz = -\rho \cdot g \cdot dS \cdot dz$$

Puisque le volume est à l'équilibre  $\sum \vec{F} = 0$

$$-dF_1 + dF_2 - dw = 0, \text{ avec } dz = -Z_2 - (-Z_1)$$

$$\Rightarrow dz = -(Z_2 - Z_1) = Z_1 - Z_2$$



**Fig. 2.3** : Variation de la pression sur un plan vertical

Ce qui donne  $-P_1 \cdot dS + P_2 \cdot dS - \rho \cdot g \cdot dS \cdot dz = 0 \Rightarrow +P_2 - P_1 = +\rho \cdot g \cdot dz = \rho \cdot g \cdot (Z_1 - Z_2)$

$$P_2 - P_1 = \rho g (Z_1 - Z_2)$$

Cette équation peut s'écrire sous la forme :  $Z_1 + P_1/\rho g = Z_2 + P_2/\rho g$  [m]

Cette équation peut s'écrire sous la forme  $Z + P/\rho g = cte$  c'est la loi de la statique de fluide.

Cette deuxième *loi fondamentale* s'énonce de la façon suivante :

*Dans un plan vertical, la variation de pression entre deux points est égale au poids volumique du fluide multiplié par la variation de la profondeur, et la pression s'accroît avec la profondeur.*

Les unités de la pression sont :

$$1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 0.1 \text{ Mpa} = 10.194 \text{ m colonne d'eau} = 751.9 \text{ mm Hg} = 14.5 \text{ psi} = 1.02 \text{ kgf/cm}^2$$

$$1 \text{ psi} = 6894.76 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ torr} = 133.322 \text{ Pa}$$

## 2.4 Quelques principes d'hydrostatique

A partir des lois fondamentales précédemment démontrées, on peut déduire trois principes de base applicables au cas des liquides.

### 2.4.1 Pression d'un point en différent forme d'un réservoir

Démontrer que pour la même hauteur en différents volumes d'un réservoir, la pression est la même ?

Pour établir une équation qui permet de calculer directement la pression à une profondeur précise on différents volumes d'un même liquide.

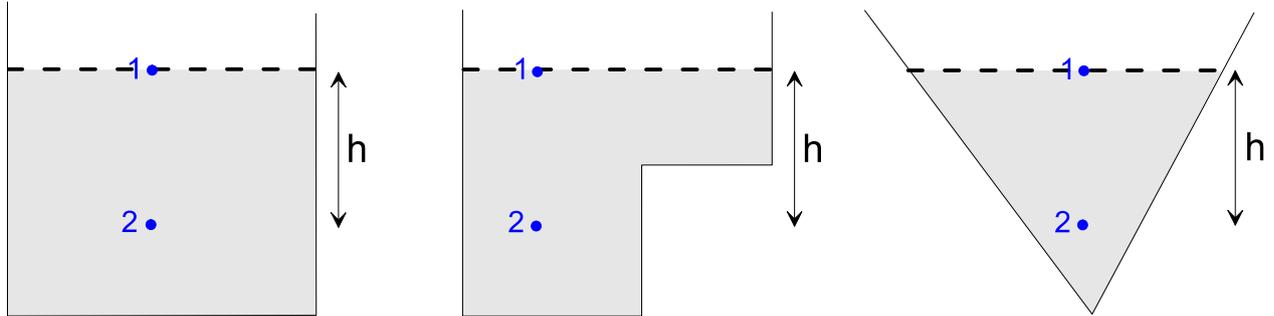


Fig. 2.4 : Différentes formes de réservoirs

On a  $P_2 - P_1 = \rho g (h_2 - h_1)$  , avec  $h_2 - h_1 = h$

Si on considère que la pression en surface est  $P_1 = 0$ , ce qui donne  $P_2 = \rho g h$

On voit que peu importe la forme du volume, s'il s'agit du même liquide, on arrive à la même pression.

Le premier principe de l'hydrostatique s'énonce :

*1. La pression exercée par un liquide à une profondeur donnée est totalement indépendante de la forme et du volume de liquide au-dessus de ce niveau.*

### 2.4.2 Additivité des pressions

Quand des liquides non miscibles de masse volumique différente se superposent, le calcul de la pression présente un cas particulier.

$$P_1 = \rho_1 g h_1$$

$$P_2 = P_1 + \rho_2 g h_2$$

$$P_2 = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

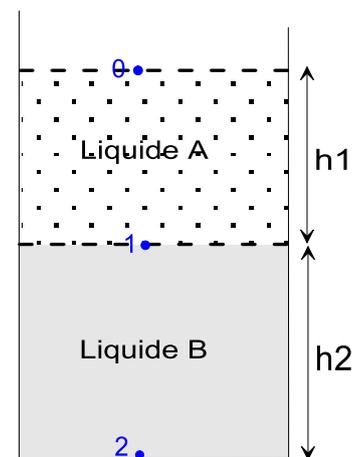


Fig. 2.5 : Additivité des pressions

Ce deuxième principe de l'hydrostatique se formule de la manière suivante :

*2. La pression en un point donné, dans les liquides hétérogènes, est égale à la somme des pressions exercées par chacun des liquides au-dessus de ce point.*

### 2.4.3 Vases communicants

Prenons le cas d'un réservoir avec différents embranchement. Toutes les surfaces libres du même liquide, supportant la même pression sont dans le même plan horizontal.

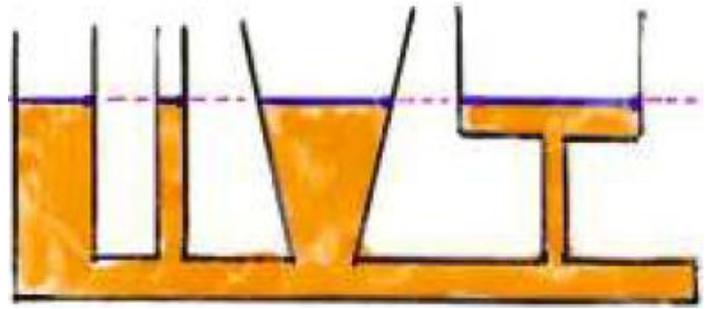


Fig. 2.6 : Vases communicants

Le troisième principe de l'hydrostatique s'énonce comme suit :

3. Dans le cas d'un liquide à l'équilibre, la surface du liquide est en tout point à niveau égal quelle que soit la forme du contenant.

### 2.5 Pression absolue (totale) et pression relative (effective)

La *pression relative* est référée à la pression atmosphérique. Dans de nombreux cas les effets de la pression atmosphérique se compensent quand elle agit sur toutes les parois : seuls sont alors intéressants les effets de la pression due au liquide (*pression uniquement due au fluide*). Cette pression peut donc prendre une valeur positive si la pression est supérieure à la pression atmosphérique ou une valeur négative si la pression est inférieure à la pression atmosphérique.

La *pression absolue* est la pression mesurée par rapport au vide absolu (c'est-à-dire l'absence totale de matière). Elle est toujours positive.

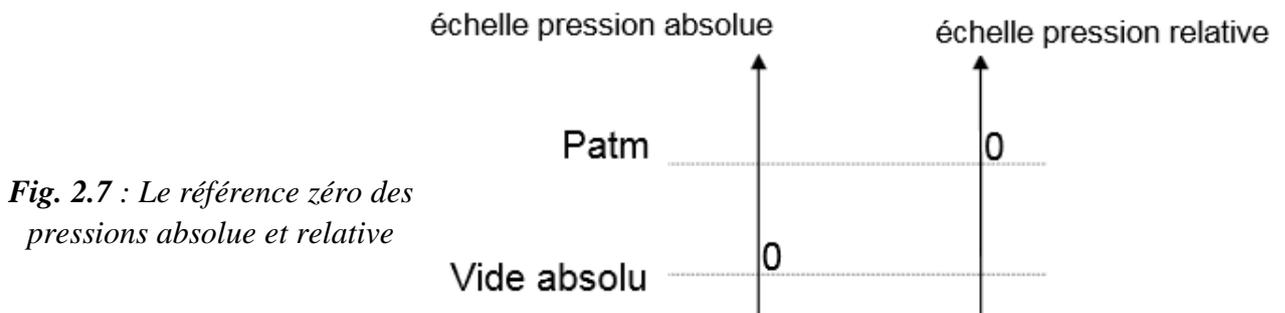


Fig. 2.7 : Le référence zéro des pressions absolue et relative

Les deux types de pressions correspondent physiquement à la même pression, elles sont simplement exprimées sur des échelles ayant des "zéros" différents. La relation suivante permet de passer de l'une à l'autre:

$$P_{\text{absolue}} = P_{\text{relative}} + P_{\text{atmosphérique}}$$

On parle parfois de *pression différentielle*: il s'agit de la différence de pression mesurée entre deux points. Cette différence a évidemment la même valeur pour des pressions exprimées en pression absolue ou en pression relative.

On parle de la *dépression* quand la pression absolue est inférieure à la pression atmosphérique:

la pression relative est négative dans le cas d'une dépression.

### 2.6 Transmission des pressions (principe de Pascal)

Un liquide en équilibre transmet intégralement et en tous ses points toutes variations de pression produites en un point quelconque de ce liquide.

Ce principe est connu sous le nom de principe de pascal.

Ce phénomène de transmission de pression permet le développement du fonctionnement de la presse hydraulique, le cric, piston hydraulique.

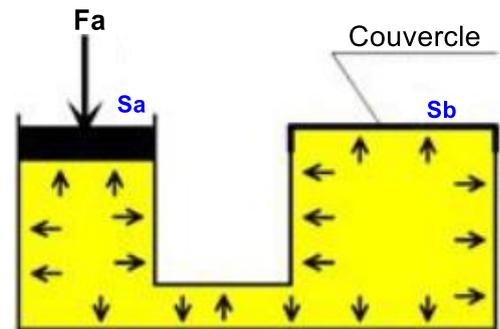


Fig. 2.8: Transmission de pression

La transmission de pression conduit au rapport suivant dans une presse hydraulique :

$$P_1 = P_2, \text{ donc } F_1/S_1 = F_2/S_2$$

Donc on appliquant une faible force  $F_1$  dans la  $S_1$ , on obtient une très grande force  $F_2$  qui dépend directement de la surface  $S_2$

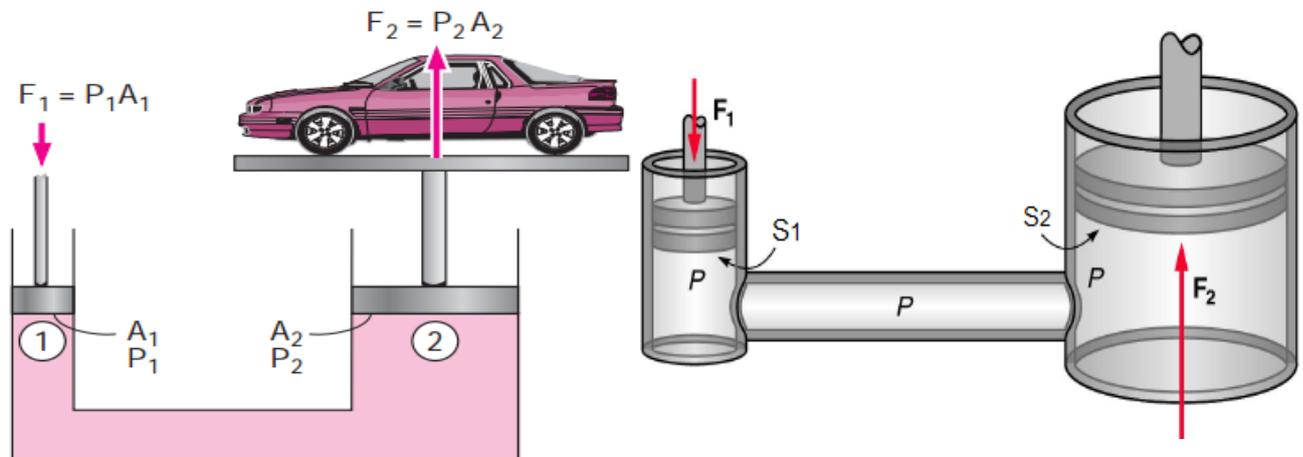


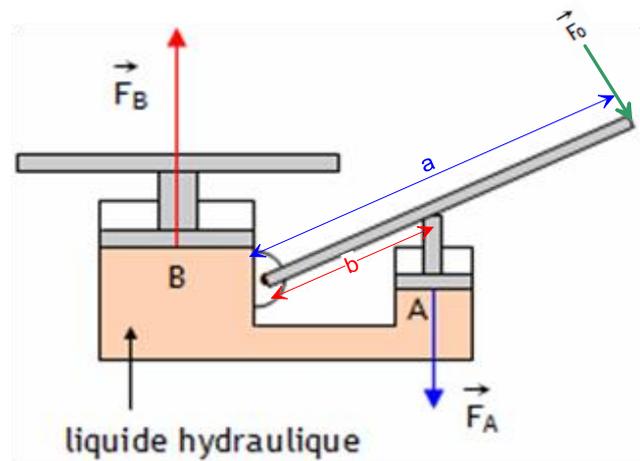
Fig. 2.9: Principe de Pascal

Dans un cric hydraulique par exemple, les pressions en A et B sont égales, ce qui donne :

$$F_B = F_A \times S_B/S_A, \text{ donc la force } F_B \text{ est multiplié par } (S_B/S_A) \text{ fois}$$

Si on applique une force  $F_0$  sur le levier du cric, soit à une distance « a » par rapport au point de rotation, et à une distance « b » du centre de piston au point de rotation, et appliquant le principe des moments on obtient :

$$F_0 \times a = F_A \times b, \text{ cela donne } F_A = F_0 \cdot a / b$$



**Fig. 2.10** : Cric hydraulique

Et donne finalement  $F_B = F_0 \cdot (a / b) \cdot (S_B / S_A)$

On tenant compte des pertes d'énergie dans les parties des frottements, nous introduisons un facteur de rendement qui varie généralement entre  $\eta = 0.8$  à  $0.9$

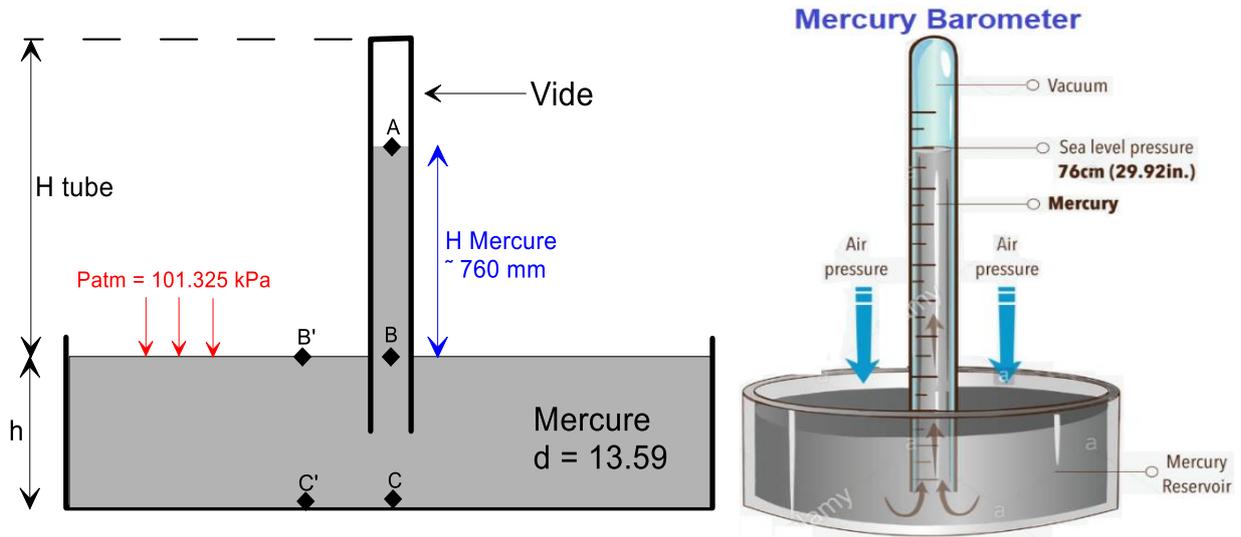
Ce qui donne  $F_B = \eta \cdot F_0 \cdot (a / b) \cdot (S_B / S_A)$

## 2.7 Dispositifs de mesure de la pression

### 2.7.1 Mesure de la pression absolue

La pression absolue est mesurée à partir du vide (pression zéro). Elle est mesurée par un baromètre. Généralement trois modèles sont rencontrés: *L'ancien Baromètre à mercure, Baromètre anéroïde mécanique et le Baromètre digital.*

*L'ancien Baromètre à mercure* : a été développé pour la première fois par l'Italien Torricelli (1608-1647) pour la mesure de la pression atmosphérique. Torricelli a rempli un long tube de verre, qu'il bouche avec le doigt et le retourne sur un bassin rempli de mercure (voir figure 2.11). Il observe que le tube ne se vide que partiellement dans le bassin et qu'il y reste toujours une colonne de mercure d'environ 76 cm de hauteur, quel que soit l'enfoncement du tube dans le bassin. Il en déduit que la pression de l'air (pression atmosphérique) sur la surface du bassin contrebalance le poids de la colonne de mercure. C'est ainsi que Torricelli remarque également que la hauteur du mercure dans le tube varie au cours du temps (d'un temps de pluie à un temps sec).



**Fig. 2.11 : Baromètre à mercure**

*Exemple de calcul* : confirmer que la hauteur de mercure dans le tube est égale à 760 mm

*Le baromètre anéroïde* : fut inventé par Lucien Vidie en 1843. Cet instrument permet de déterminer la pression atmosphérique. Il est composé d'une capsule métallique sous vide et d'une aiguille pour indiquer la pression. La mesure se fait en hectopascals (hPa) ou en millibars (mb) ou en millimètres de mercure (mmHg).



**Fig. 2.12 : Baromètre anéroïde**

*Il existe aussi, le barographe qui est un instrument qui mesure la pression atmosphérique en traçant à l'aide d'un stylet encreur sur une feuille diagramme les évolutions de la pression.*

*Baromètre digital et électronique* : plusieurs modèles existent actuellement sur le marché. Des modèles mesure la pression de l'air directement sur le terrain, et d'autre sont connectés par le système GPS.



**Fig. 2.13** : Baromètre digital et électronique

### 2.7.1 Mesure de la pression manométrique

La mesure de la pression manométrique se fait par divers types de manomètres : pour les pressions relatives positives on utilise les manométriques (mécanique, digital,..) (Fig. 2.14), et pour les pressions relatives négatives on utilise les vacuomètres (mécanique, digital,..) (Fig. 2.15). Il y'a entre autre divers types d'instrument pour la mesure de la pression manométrique, surtout les pressions relativement faibles : les tubes piézométriques, tubes à liquide manométriques, manomètres différentiels,



**Fig. 2.14** : Manomètres



**Fig. 2.15** : Vacuomètres